

Zadania domowe 11-13

(termin: 25 kwietnia 2020)

Zadanie 11.

Pokaż, że dla różnych węzłów t_0, \dots, t_n mamy

$$f[t_0, t_1, \dots, t_n] = \sum_{j=0}^n \frac{f(t_j)}{(t_j - t_0) \cdots (t_j - t_{j-1})(t_j - t_{j+1}) \cdots (t_j - t_n)}.$$

Zadanie 12.

Niech $t_0 < t_1 < \dots < t_n$. Pokaż, że realizując w fl_ν algorytm różnic dzielonych, zamiast dokładnej wartości $f[t_0, t_1, \dots, t_n]$ otrzymujemy $fl_\nu(f[t_0, t_1, \dots, t_n])$, która jest dokładną różnicą dzieloną dla danych $f(t_j)(1 + \varepsilon_j)$, gdzie $|\varepsilon_j| \leq K\nu$, $0 \leq j \leq n$.

(Wskazówka: skorzystaj z zadania 11.)

Zadanie 13.

Wykaż, że dla funkcji $f(x) = x^n$ i dowolnych punktów x_j , $0 \leq j \leq k$, różnica dzielona

$$f[x_0, x_1, \dots, x_k] = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } k \geq n + 1, \\ 1 & \text{jeśli } k = n, \\ x_0 + x_1 + \cdots + x_k & \text{jeśli } k = n - 1. \end{cases}$$