

Zadania na 15 III 2013

6. Niech $\neg\text{GI}_n^2$ będzie poniższym zbiorem klauzul nad zmiennymi $\{u_{ik} : 1 \leq i, k \leq n\} \cup \{s_{xij} : 1 \leq x < n, 1 \leq i, j \leq n\} \cup \{t_{xikl} : 1 \leq x < n, 1 \leq i, k, \ell \leq n\} \cup \{g_{xik} : 1 \leq x, i, k \leq n\}$:

- u_{i1}, \dots, u_{in} , dla wszystkich i ,
- s_{xi1}, \dots, s_{xin} , dla wszystkich x, i ,
- $t_{xik1}, \dots, t_{xikn}$, dla wszystkich x, i, k ,
- $\overline{g_{n1k}}$, dla wszystkich k ,
- $\overline{u_{ik}}, g_{1ik}$, dla wszystkich i, k ,
- $\overline{s_{xij}}, \overline{t_{xikl}}, \overline{g_{xjk}}, g_{(x+1)i\ell}$, dla wszystkich x, i, j, k, ℓ .

Sens $\neg\text{GI}_n^2$ jest następujący: mamy n gier między dwoma graczami, po dwa ruchy każda (jeden ruch dla każdego z graczy). Zmienna g_{xik} oznacza “jeśli w x -tej grze gracz pierwszy zagra i , a drugi k , to drugi wygrywa”. Gracz pierwszy ma strategię zwycięską w n -tej grze, daną przez ruch 1. Gracz drugi ma strategię zwycięską w pierwszej grze, daną przez zmienne u . Gracz drugi umie przenieść strategię zwycięską w x -tej grze na $x + 1$ -szą, za pomocą zmiennych s, t .

Udowodnij, że $\neg\text{GI}_n^2$ ma obalenie w rezolucji rozmiaru wielomianowego względem n . (Uwaga! wystarczy poprawny argument, niekoniecznie zawierający szczegółowy opis każdej klauzuli w obaleniu).

7. Rozważmy następujący wariant reguły rezolucji:

$$\frac{A, x_1 \dots \quad A, x_k \quad A, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k}{A} \text{ (Res*)}$$

gdzie każde x_i to literał (niekoniecznie zmienna), a k jest dowolne. Pokaż, że jeśli \mathcal{C} ma obalenie rozmiaru S w rezolucji *drzewiastej*, to ma też drzewiaste obalenie używające Res* i osłabiania, w którym wysokość drzewa dowodowego jest nie większa niż $O(\log S)$.