

Zadania z AM I.2 do rozwiązania pisemnego na 6 V 2020

1. Oblicz granicę:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x + 2x \operatorname{tg} x - e^x - e^{-x}}{x^4 \cos x}.$$

2. Znajdź liczby $p, q \in \mathbb{Z}$ takie, że:

$$\left| \sin(1/2) + \cos(1/2) - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{1000}.$$

3. Dla jakich $\alpha \in \mathbb{R}$ ciąg funkcyjny

$$f_n(x) = \frac{n^\alpha x^n}{(x+1)^{n+2}}$$

jest zbieżny (a) punktowo, (b) jednostajnie na zbiorze $[0, +\infty)$?

4. Dla jakich $x > -1$ funkcja dana wzorem:

$$f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{|\ln(1+x)|}{n+x}$$

jest (a) określona, (b) ciągła, (c) różniczkowalna?

5. Znajdź granicę:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n+x}.$$