

*Zobaczyć świat w ziarenku piasku  
Niebiosa w jednym kwiecie z lasu.  
W ściśniętej dłoni zamknąć bezmiar,  
W godzinie – nieskończoność czasu.*

W. Blake „*Wróżby niewinności*”,  
Przekład Zygmunt Kubiak

**Modelowanie matematyczne** jest sztuką badania matematycznie rzeczywistości.

**Model matematyczny** jest podobny modelowi w sztuce  
- jest przedstawieniem pewnego obiektu rzeczywistego.

Językiem przedstawienia jest **matematyka**.

**Model matematyczny** jest przedstawieniem w języku **matematyki** pewnego aspektu rzeczywistości.

Nie ma jednego sposobu tworzenia modeli

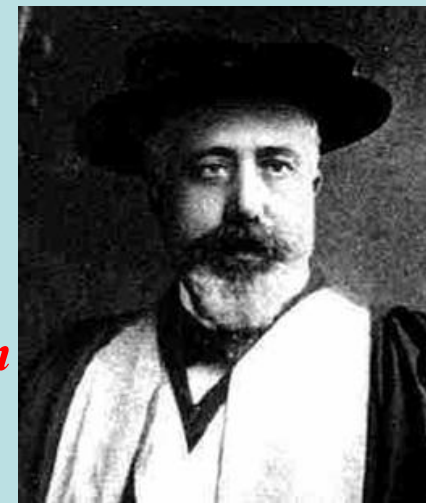
Wielu naukowców (Galileusz - Galileo **Galilei**, 1564-1642; Isaac **Newton**, 1643-1727) uważało, że natura została zapisana przez Boga **w języku matematycznym**, a zadaniem naukowca jest odkryć te prawa.

**Newton**: nauka powinna stanowić obraz jednoznaczny Wszechświata; trzeba połączyć poszczególne części opisu, tak by stanowiły jedną całość, podobnie jak to jest w przypadku mechaniki klasycznej.

**Fourier** (Jean B.J. Fourier, 1768-1830): **matematyka** nie jest tylko językiem, czy też techniką odseparowaną od natury, lecz jest jej istotą.

Twórca ekologii matematycznej **Vito Volterra** (1860-1940) stwierdza:

*„Współcześnie minęły liczne złudzenia co do możliwości dania wyjaśnienia mechanicznego Wszechświata. Obecnie, gdy nadzieja w wyjaśnienie wszystkich zjawisk fizycznych poprzez prawa podobne do powszechnej grawitacji, lub w ramach jednego mechanizmu, ulotniła się, pojawia się, kompensując ten upadający gmach nadziei, idea modeli mechanicznych, które nawet jeżeli nie satysfakcjonują szukających nowych zasad filozofii natury, zadawalają prowizorycznie mniej wymagających, którym wystarczy pewna analogia, a szczególnie analogia matematyczna, rozpraszająca ciemności spowijające fakty natury. Model mechaniczny zjawiska jest pewnym aparatem skonstruowanym bez przejmowania się czy w swojej istocie ma jakiś związek z samym zjawiskiem, ale jest utworzony z tym jednym żądaniem, że gdy zacznie działać, pewne jego części będą działać według tych samych praw, według których zmieniają się elementy zmienne zjawiska: elementy, które przyjmuje się, jako fundamentalne. Doświadczenie uczy, że modele, będą użyteczne, tak są użyteczne obecnie, do orientacji w nowych obszarach nauki, bardziej niezrozumiałych, w których szuka się po omacku drogi”.*



(z math.info)

## Godfrey Harold Hardy (1877 - 1947):

*„Matematyk, podobnie jak malarz bądź poeta, jest twórcą modeli. Jeżeli jego wzorce są trwalsze, to dlatego, że składają się z idei.*

*... matematyk nie ma innego tworzywa niż idee, tak więc jego wzorce mogą trwać dłużej,*

*gdyż idee się mniej zużywają z biegiem czasu niż słowa. ... .*

*Wzorce będące dziełem matematyka, podobnie, jak wzorce malarza lub poety, muszą być piękne, idee, tak jak barwy czy słowa, muszą pasować do siebie w harmonijny sposób.*

*Piękno jest pierwszym sprawdzianem:*

*na świecie nie ma miejsca dla brzydkiej matematyki”.*



(z math.info)

(G.H. Hardy, *Apologia matematyka*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1997)

**Model matematyczny** to pewna konstrukcja matematyczna opisująca pewne, z góry wybrane, cechy zadanego procesu (lub zjawiska) przyrodniczego lub społecznego. Powstaje w wyniku **modelowania matematycznego**.

**John von Neumann** stwierdził, że przez **model (matematyczny)** rozumie się **konstrukcję matematyczną**, która uzupełniona **interpretacjami werbalnymi**, opisuje obserwowane zjawiska. Uzasadnieniem takiej konstrukcji matematycznej jest jedynie oczekiwanie, że ona funkcjonuje w tym sensie, że opisuje dobrze zjawiska w obszarze wystarczająco szerokim. Ponadto powinna spełniać pewne kryteria estetyczne - to znaczy w odniesieniu do wielkości opisywanych - być odpowiednio **prostą**.

**R. Aris** (*Mathematical Modelling Techniques*, Pitman, San Francisco 1978):

*„Model matematyczny jest dowolnym, pełnym i niesprzecznym układem równań matematycznych, mających odpowiadać jakiejś wielkości, jego prototypowi. Ten prototyp może być wielkością fizyczną, biologiczną, społeczną, psychologiczną czy Pojęciową, a nawet innym modelem matematycznym”.*

(por. Ph. J. Davis, R. Hersh, *Świat matematyki*, PWN, W-wa 1994; str. 73-74)

Ph. Davis, R. Hersh określają **cele**, dla których konstruuje się modele matematyczne, jako

- „*uzyskanie odpowiedzi na to, co zdarzy się w świecie fizycznym*” („świat fizyczny” należy rozumieć jako świat zjawisk przyrodniczych),
- „*ukierunkowanie dalszych eksperymentów czy obserwacji*”,
- „*uzyskanie postępu koncepcyjnego i lepszego rozumienia*”,
- „*aksjomatyzowanie sytuacji fizycznej*”,
- „*rozwój matematyki i sztuki tworzenia modeli matematycznych*”.



Konstruowanie **modelu matematycznego** jest poprzedzone wyodrębnieniem czynników (por. **Bender**):

- których wpływ na zajście danego procesu można zaniedbać,
- które wpływają na przebieg danego procesu, ale których zmienność nie jest opisana przez model matematyczny,
- których zachowanie będzie opisane modelem matematycznym.

**V. Volterra** zauważa:

*„Aby rozważać zagadnienie matematycznie należy przyjąć założenia, które nawet jeżeli oddalają od rzeczywistości, dają pewien jej przybliżony obraz ... .*

*Oto jak można postawić zagadnienie: staramy się wyrazić słowami jak z grubsza przebiega dany proces; następnie przekładamy to na język matematyki. Ten przekład prowadzi do równań różniczkowych. Jeżeli następnie będziemy kierować się metodami analizy odejdziemy daleko od tego, gdzie mógłby nas zaprowadzić język zwykłych rozważań, i będziemy mogli formułować ścisłe prawa matematyczne.”*

A.M. Turing (*„The chemical basis of morphogenesis”*, 1952):

*„Ten model jest pewnym uproszeniem i pewną idealizacją a w konsekwencji falsyfikacją. Można jednak mieć nadzieję, że pewne cechy są tymi o największym znaczeniu przy obecnym stanie wiedzy”*

Głównym celem konstruowania i analizy modeli matematycznych jest **chęć przewidywania przebiegu danego procesu**, np. możliwość przewidywania przebiegu **chorób** może mieć olbrzymie znaczenie w ich terapii.

**Model matematyczny** może zwrócić uwagę na pewne zależności między zmiennymi danego procesu, które te zależności nie są dostrzegalne na poziomie modelu opisowego.

Model matematyczny może **pogłębić rozumienie** danego procesu i **zasugerować kierunek dalszych badań**.

Ostatnio coraz częściej przy konstruowaniu modeli matematycznych stosuje się **symulacje komputerowe** i **eksperymenty numeryczne**.

Znaczenie modeli matematycznych w naukach przyrodniczych i społecznych wzrasta wraz z coraz większymi możliwościami **szybkich komputerów**, umożliwiającymi n.p. sprawdzenie zgodności z eksperymentem nawet złożonych modeli matematycznych.

Wśród modeli matematycznych można wyróżnić:

- **modele deterministyczne** - z czasem ciągłym lub dyskretnym,
- **modele probabilistyczne** (losowe, stochastyczne) - z czasem ciągłym lub dyskretnym.

We współczesnej literaturze można spotkać pojęcia „*chaosu deterministycznego*” i „*determinizmu probabilistycznego*”.

**Pierwsze** dotyczy modeli deterministycznych, których rozwiązania zachowują się w sposób skomplikowany, przypominający zachowanie stochastyczne.

**Drugie pojęcie** odnosi się do sytuacji, w której model matematyczny określa w sposób deterministyczny prawdopodobieństwa stanów w przyszłości.

## Bertalanffy:

*„Istnieją odpowiedniości pomiędzy zasadami opisującymi zachowanie jednostek bardzo różnych między sobą. Prostym przykładem może być prawo wzrostu wykładniczego, które stosuje się do komórek bakterii, populacji bakterii, populacji zwierząt, lub ludzi, a także rozwoju badań naukowych, mierzonego liczbą publikacji w n.p. genetyce, lub w nauce w ogóle. Rozpatrywane jednostki, n.p. bakterie, zwierzęta, ludzie, książki, itd. są całkowicie różne między sobą, jak również różne są mechanizmy przyczynowe. Istnieją pewne układy równań opisujące konkurencję pomiędzy populacjami roślin, lub zwierząt. Ale te same układy równań są odpowiednie w pewnych zagadnieniach chemicznych, lub fizyczno-chemicznych oraz ekonomii.”*

# Niepojęta skuteczność matematyki?

**Eugene Paul Wigner (1902-1995),  
(Wigner Pál Jenő)**

fizyk amerykański, węgierskiego  
pochodzenia, laureat nagrody Nobla z 1963



(z Wikipedii)

Wigner E.P., *The unreasonable effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*, Comm. Pure Appl. Math. 13, 1960, 1-14,

polskie tłumaczenie: *Niepojęta skuteczność matematyki w naukach przyrodniczych*, w Zagad. Filozof. w Nauce, XIII, OBI, Kraków 1991, 5-18.



por. komentarze w

- Dembek J., *Komentarz do artykułu Wignera*, w Zagadnienia Filozoficzne w Nauce XIII, OBI Kraków 1991, 19-21
- Bottazzini U., *Il flauto di Hilbert*, UTET Libreria, Torino 1989, 449-451
- Heller M., *Matematyczność przyrody*, OBI, Kraków 1992, 9-22

## Wigner:

*„Pierwszym wnioskiem jest to, że przedziwna skuteczność matematyki w naukach przyrodniczych jest czymś graniczącym z tajemnicą i że nie ma dla niej żadnego racjonalnego wyjaśnienia”.*

*„... pojęcia matematyki elementarnej a zwłaszcza elementarnej geometrii zostały sformułowane, by opisać wielkości bezpośrednio podsuwane przez dostępny świat”.*

*„... to samo nie jest jednak prawdą, gdy chodzi o bardziej zaawansowane pojęcia, w szczególności te pojęcia, które grają tak ważną rolę w fizyce”.*

*„ ... matematyka jest nauką o zręcznych operacjach na pojęciach i regułach wymyślonych wyłącznie w tym celu ”.*

*„Większość zaawansowanych pojęć matematycznych...”* została wymyślona tak, aby matematycy mogli na nich *„... demonstrować swoją pomysłowość i zmysł formalnego piękna”*.

*„Trudno jest uniknąć wrażenia, że stajemy tu wobec cudu, zupełnie porównywalnego w swej uderzającej naturze z cudem polegającym na tym, że ludzki umysł może wiązać razem tysiące argumentów bez wpadania w sprzeczność, lub z dwoma cudami: istnieniem praw przyrody i zdolnością umysłu do przepowiadania ich”.*

*„Stosowność języka matematyki do formułowania praw fizyki jest cudownym darem, którego ani nie rozumiemy, ani nań nie zasługujemy”.*

Zwolennicy ewolucyjnej teorii poznania.

Vollmer G., *Evolutionare Erkenntnistheorie*, Hirzel, Stuttgart 1980 (por. Kunicki-Goldfinger W.J., *Szukanie możliwości*, PWN, W-wa 1989):

*„Nasz aparat poznawczy jest wynikiem ewolucji. Subiektywne struktury poznawcze pasują do świata, gdyż w czasie ewolucji powstały jako adaptacje do realnego świata”.*

**Wigner: „unreasonable effectiveness”**

**Browder, MacLane: „reasonably effective”**

**Browder F.E., MacLane S., *The relevance of mathematics*, w *Mathematics today*, pod redakcją L.A. Steen, Springer, New York 1978, 323-350 (polskie tłumaczenie: *Doniosłość matematyki w Matematyka współczesna*, WN-T, Warszawa 1983, 345-376)**

**Browder, MacLane:**

*„W jaki sposób gra symboli bez istotnego znaczenia mogłaby mieć jakąkolwiek relację z procesami świata fizycznego?”*

*„Z uwagi na swoje źródło i swoją naturę – matematyka nie jest w niepojęty sposób skuteczna, lecz jest po prostu skuteczna w sposób racjonalny”.*

## Niektóre kierunki filozofii matematyki:

**Logicyzm:** zapoczątkowany przez **G. Fregego**, rozwinięty przez **B. Russella**

**Intuicjonizm:** stworzony przez **L.E.J. Brouwera**, przeciwstawia się **platonizmowi**.

**Formalizm:** stworzony przez **D. Hilberta**

**Formalizm a platonizm:** Czy matematykę wymyślamy (**formalizm**) czy odkrywamy (**platonizm**)?