

### Zadanie 3E.

Rozpatrzmy trzy populacje bakterii A, B, C, które w chwili początkowej są w tej samej fazie cyklu komórkowego. W ustalonych odstępach czasu  $T$  może dojść do podziału komórkowego. Przyjmujemy, że komórki mają dowolny dostęp do pożywienia oraz

- w populacji A wszystkie komórki dzielą się co  $T$  jednostek czasu i żadna nie ginie,
- w populacji B średnio tylko połowa komórek dzieli się co  $T$  jednostek czasu i żadna nie ginie,
- w populacji C średnio tylko połowa komórek dzieli się co  $T$  jednostek czasu, a pozostałe giną.

Określić stan  $N$  każdej z tych populacji w kolejnych momentach czasu  $T, 2T, 3T, \dots, nT$  oraz odpowiedzieć na pytanie: ile razy więcej jest komórek typu A w stosunku do B i C w momencie  $4T$ .

#### Odpowiedź:

Oznaczmy przez  $N_n$  stan populacji w chwili  $nT$  tuż po  $n$ -tym podziale komórkowym. Układamy równanie rekurencyjne, które określa ciąg geometryczny

Otrzymujemy kolejno

A)  $N_{n+1} = N_n + N_n = 2N_n$  czyli  $N_n = 2^n N_0$ ,

B)  $N_{n+1} = (1/2)N_n + (1/2)N_n + (1/2)N_n = (3/2)N_n$  czyli  $N_n = (3/2)^n N_0$ ,

C)  $N_{n+1} = (1/2)N_n + (1/2)N_n + 0 = N_n$  czyli  $N_n = N_0$  dla wszystkich  $n \geq 0$ .

Liczmy iloraz stanu populacji A w kroku  $n$ -tym do stanu w kroku  $n$ -tym każdej z pozostałych populacji. Dostajemy:

Populacja A jest po  $n$ -tym podziale  $(4/3)^n$  razy liczniejsza niż populacja B

Populacja A jest po  $n$ -tym podziale  $2^n$  razy liczniejsza niż populacja C

Wstawiając  $n = 4$  otrzymujemy odpowiedź na pytanie zawarte w zadaniu.