

## Tematy do rozmów o równaniach różniczkowych

1. Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności z dowodem z zasady odwzorowań zwężających Banacha i wnioskiem o ciągłej zależności rozwiązania od warunku początkowego.  
Oczywiście należy umieć zdefiniować definicję rozwiązania równania różniczkowego i warunku Cauchy'ego.
2. Równania o zmiennych rozdzielonych, w tym równania jednorodne. Równania liniowe jednorodne i nie, uzmiennianie stałej. Równanie Bernoulli'ego.
3. Maksymalny przedział istnienia rozwiązania, półciągłości jego końców.
4. Nierówność Gronwalla.
5. Układy równań liniowych o zmiennych współczynnikach: maksymalny przedział, na którym istnieje rozwiązanie, dowód tego, że zbiór rozwiązań jest przestrzenią liniową i to odpowiedniego wymiaru. Macierz fundamentalna. Wyznacznik Wrońskiego. Twierdzenie Liouville'a. Uzmiennianie stałych.
6. Układy równań liniowych o stałych współczynnikach.  $\exp(A)$  — podstawowe własności. Rozwiązanie układu za pomocą funkcji wykładniczej oraz za pomocą bazy Jordana w przestrzeni rozwiązań. Postać rzeczywista w przypadku macierzy rzeczywistej i nierzeczywistych wartości własnych.
7. Równania wyższych rzędów o stałych współczynnikach. Macierz układu pierwszego rzędu odpowiadającemu równaniu rzędu wyższego i jej postać Jordana.
8. Quasiwielomiany. Operacja  $D - \lambda$  na zbiorze quasiwielomianów stopnia  $\leq n$  i jej jądro. Rozwiązywanie równań liniowych, których prawa strona jest sumą quasiwielomianów.
9. Twierdzenie Floquet w przypadku zespolonej, macierzowej funkcji okresowej. Na „piątkę” również rzeczywisty przypadek.
10. Gładka zależność od warunków początkowych i parametrów. Na „trójkę” zależność klasy  $C^{n-1}$ , na „piątkę” — klasy  $C^n$  przy założeniu, że prawa strona jest klasy  $C^n$ , w tym lemat Hadamarda.
11. Istnienie orbity zamkniętej dla układu van der Pola w przypadku małego  $\varepsilon$ , dowód na „piątkę”.
12. Lokalna jednoparametrowa grupa dyfeomorfizmów generowana przez równania  $x' = f(x)$ .
13. Stabilność w sensie Lapunowa, funkcja Lapunowa, asymptotyczna stabilność, badanie stabilności punktów stacjonarnych za pomocą wartości własnych części liniowej.
14. Klasyfikacja punktów osobliwych równania  $x' = Ax$ , gdy  $A$  jest macierzą kwadratową wymiaru 2, ognisko, siodło, węzeł ...
15. Twierdzenie Poincaré–Bendixona (dowód na „piątkę”).
16. Zagadnienie dwóch ciał (problem Keplera), wyprowadzenie praw Keplera (na „piątkę”)