

Równania różniczkowe, zadania, część 3

21. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania:

$$\begin{array}{lll} 1^\circ \quad x'' - 6x' + 4x = 0; & 2^\circ \quad x'' - 8x' + 16x = 0; & 3^\circ \quad x'' - 6x' + 4 = 0; \\ 4^\circ \quad x'' - 6x' + 13x = 0; & 5^\circ \quad x^{(3)} - 6x'' + 11x' - 6x = 0; & 6^\circ \quad x^{(3)} - x = 0; \\ 7^\circ \quad x^{(4)} - 6x'' + 4x = 0; & 8^\circ \quad x^{(4)} - 2x'' + x = 0; & 9^\circ \quad x^{(4)} - 4x^{(3)} + 6x'' - 4x' + x = 0; \\ 10^\circ \quad x^{(4)} - 2x(3) + 2x'' - 2x' + x = 0; & & 11^\circ \quad x^{(4)} - 6x'' + 4x = 0; \end{array}$$

22. Znaleźć równanie różniczkowe jednorodne, możliwie najniższego rzędu, o stałych współczynnikach wśród rozwiązań którego są funkcje

$$\begin{array}{ll} 1^\circ \quad \sin t, \quad 2 \cos t; & 2^\circ \quad 1, \quad 2 \sin t, \quad 3 \cos t; \\ 3^\circ \quad 1, \quad \sin 2t, \quad \cos 3t; & 4^\circ \quad e^t, \quad e^{2t}, \quad \sin 2t; \\ 5^\circ \quad te^{2t}, \quad t \cos 2t & 6^\circ \quad t^4, \quad t^3 \sin 3t. \end{array}$$

23. Rozwiązać równanie

$$\begin{array}{ll} 1^\circ \quad x'' - 2x' + x = \frac{e^t}{t} & 2^\circ \quad x'' + 3x' + 2x = \frac{1}{e^t+1} \\ 3^\circ \quad x'' + x = \frac{1}{\sin t} & 4^\circ \quad x'' + 4x = 2 \operatorname{tg} t \\ 5^\circ \quad x'' + 2x' + x = 3e^{-t} \sqrt{1+t} & 6^\circ \quad x'' + x = \frac{1}{\cos^3 t} \\ 7^\circ \quad x'' - 2x' + x = e^t & 8^\circ \quad x'' + 3x' + 2x = te^t + t^2 e^{-t} + e^{3t} \\ 9^\circ \quad x'' + x = \sin t + t \cos 2t & 10^\circ \quad x'' + 4x = \cos 2t + e^{-4t} \\ 11^\circ \quad x'' + 2x' + x = 3t^2 e^{-t} & 12^\circ \quad x'' + x = \sin t + t \sin 2t + t^2 \cos t. \end{array}$$