

Analiza Matematyczna I.2, egzamin, 8 września 2012, 9:05 — 12:20

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU imieniem i nazwiskiem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

1. Znaleźć kres dolny wartości funkcji $[-1, 2] \ni t \mapsto \int_{-1}^2 x^2 |x - t| dx$.

Jeśli ten kres jest wartością funkcji, to w jakim punkcie $t \in [-1, 2]$?

2. Obliczyć $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - \sqrt{\cos(2x)}}{x^2 \ln(\cos x)}$.
-

3. Obliczyć

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + n^2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + 2n^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + n \cdot n^2}} \right).$$

4. Niech $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją ciągłą. Dowieść, że ciąg (f_n) funkcji zdefiniowanych wzorami

$$f_n(x) = \frac{n}{2} \int_{x - \frac{1}{n}}^{x + \frac{1}{n}} f(t) dt$$

jest jednostajnie zbieżny na każdym domkniętym przedziale $[a, b]$.

5. Obliczyć $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{1 + x^2 n^2}$ lub wykazać, że ta granica nie istnieje.
-