

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU imieniem i nazwiskiem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone!

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

0. a. Podać definicję szeregu zbieżnego.
- b. Podać definicję szeregu zbieżnego bezwzględnie i szeregu zbieżnego warunkowo.
- c. Dla jakich liczb $\delta > 0$ szereg $\sum_{n=1}^{\infty} (-0,99 - \delta)^n$ jest zbieżny.

-
1. Znaleźć kresy zbioru $A = \left\{ \frac{m^2 n}{5m^2 + n} : m, n \in \mathbb{Z}, m, n > 0 \right\}$
-
2. (a) Dla jakich wartości parametru $\alpha > 0$ istnieje skończona granica $\lim_{n \rightarrow \infty} n^\alpha (\sqrt[n]{e} - 1)$?
- (b) Obliczyć granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} n^\alpha (\sqrt[n]{e} - 1)$ dla tych α , dla których jest ona skończona.

-
3. Zbadać, czy szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 1} - n) \cos(\pi n)$$

jest zbieżny bezwzględnie, zbieżny warunkowo, czy rozbieżny.

-
4. Dana jest funkcja ciągła $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, spełniająca warunek $f(3) = f(9)$. Wykazać, że dla pewnej liczby x_0 jest spełnione równanie $f(x_0) = f(2 + x_0)$.
-

Zadanie dodatkowe

5. Obliczyć granicę

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x \ln x)^{1/x}}{x}.$$
