

Analiza I₁, drugie kolokwium, 9 stycznia 2010

9:05 — 11:35

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU imieniem i nazwiskiem piszącego, jego nr. indeksu oraz nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia i nr. grupy ćwiczeniowej.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z książek, tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

0. (a) Czy z tego, że szeregi $\sum a_n$ i $\sum b_n$ są bezwzględnie zbieżne wynika, że ich iloczyn Cauchy'ego jest zbieżny? a bezwzględnie zbieżny?
- (b) Czy z tego, że szereg $\sum a_n$ jest bezwzględnie zbieżny a $\sum b_n$ jest zbieżny wynika, że ich iloczyn Cauchy'ego jest zbieżny? a bezwzględnie zbieżny?
- (c) Czy z tego, że szeregi $\sum a_n$ i $\sum b_n$ są zbieżne wynika, że ich iloczyn Cauchy'ego jest zbieżny? a bezwzględnie zbieżny?
-

1. Czy szereg $\sum_{n=2}^{\infty} (2 \cdot (-1)^{n^2(n-1)/2} - 1) \cdot \frac{1}{2n - 7\sqrt{n}}$ jest zbieżny? Czy jest zbieżny bezwzględnie?
-

2. Niech $c \geq 0$ będzie liczbą rzeczywistą. Definiujemy $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{cn+1}{n+3}a_n$. Zbadać zbieżność szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ w zależności od parametru c .
-

3. Sprawdzić zbieżność iloczynu

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(2n+1)}{\ln(2n)}.$$

4. Uzasadnić zbieżność i obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\sum_{k=2}^n (-2)^{-k} 3^{-n+k} \frac{1}{k!} \right).$$

5. Dana jest liczba $x_1 > 0$. Określamy ciąg (x_n) wzorem $x_{n+1} = -\ln(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$. Znaleźć sumę szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$.
-