

Matematyka A — kolokwium: godz. 18:05 — 20:00, 24 maja 2017 r.

Rozwiązania różnych zadań należy napisać na różnych kartkach, bo sprawdzą je różne osoby.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU imieniem i nazwiskiem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z urządzeń elektronicznych (kalkulatorów, telefonów komórkowych itp.); posiadane muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

1. (7 p.) Znaleźć wszystkie takie funkcje $t \mapsto x(t)$, że dla każdego $t \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ zachodzi równość:

$$x'(t) - (1 + x(t)^2) \cdot \frac{2}{1+4t^2} = 0.$$

- (3 p.) Wśród znalezionych w poprzedniej części tego zadania funkcji znaleźć tę, dla której zachodzi warunek $x\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$.
-

2. (10 p.) W pokoju o objętości 200 m^3 powietrze zawiera w pewnej chwili 0,15% dwutlenku węgla.

Powietrze z zewnątrz zawierające 0,04% dwutlenku węgla jest dostarczane przez wentylator w tempie 20 l/min. Po jakim czasie zawartość dwutlenku węgla w pokoju zmniejszy się trzykrotnie w porównaniu do chwili początkowej.

Dla uproszczenia zakładamy, że w powietrzu wydostającym się z pokoju stężenie dwutlenku węgla jest takie samo w każdym miejscu.

3. (10 p.) Rozwiązać równanie

$$x''(t) - 2x'(t) - 15x(t) = 64te^{5t} + (100t^2 - 2)e^{-5t} - 225t^2 - 2 + 102 \cos(3t).$$

4. (10 p.) Rozwiązać równanie $x''(t) - 4x'(t) + 5x(t) = 8e^{2t} \cos t + 8e^{2t} + 4 \cos t + 12 \sin(2t)$.
-

5. (2 p.) Obliczyć $\frac{d}{dt} \left(2\sqrt{1+t^2} - \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \right)$. Wynik uprościć.

(8 p.) Rozwiązać równanie $x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = \frac{3}{(1+t^2)^{5/2}} e^{2t}$.

Informacje przydatne lub nie: $2 \cdot 2 = 4$; $\ln 2 \approx 0,69$; $\ln 3 \approx 1,10$; $\ln 4 \approx 1,39$; $\ln 5 \approx 1,61$; $\ln 6 \approx 1,79$; $\ln 8 \approx 2,08$; $\ln 9 \approx 2,20$; $\ln 10 \approx 2,30$; $\ln 11 \approx 2,40$; $\ln 12 \approx 2,48$; $\ln 13 \approx 2,56$; $\ln 14 \approx 2,64$; $\ln 15 \approx 2,71$; $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$; $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$; $\cos \frac{257\pi}{3} = \frac{1}{2}$; $e^\pi \approx 23,14$; $\pi^e \approx 22,46$;

Imieniny obchodzą: Amalia, Dagmara, Dawid, Donacjan, Franciszek, Jan, Joanna, Ludwik, Maria, Milena, Orion, Tomira, Ubysława, Wanesa, Wincenty i Zuzanna;

24 maja 1829 – car Mikołaj I Romanow został koronowany w Warszawie na króla Polski;

24 maja 1945 – Utworzono: Uniwersytet Łódzki, Politechnikę Łódzką, Politechnikę Gdańską i Politechnikę Śląską.

24 maja 1844 – Samuel Morse przesłał z Waszyngtonu do Baltimore pierwszą w historii wiadomość własnej konstrukcji telegrafem elektrycznym;

24 maja 1543 zmarł Mikołaj Kopernik.