

Matematyka A — kolokwium

15 kwietnia 2016 r., godz. 17:05 — 19:55

Rozwiązania różnych zadań należy napisać na różnych kartkach, bo sprawdzą je różne osoby. Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU imieniem i nazwiskiem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z urządzeń elektronicznych (kalkulatorów, telefonów komórkowych itp.); posiadane muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

1. (5 p.) Znaleźć wszystkie takie liczby zespolone z , że $z^{10} + 4z^6 + 8z^4 + 32 = 0$
(5 p.) Obliczyć $\left(\frac{1}{4}((\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2}))\right)^{2017}$.
-

2. (2 p.) Niech O będzie zbiorem złożonym ze wszystkich takich liczb zespolonych z , że $|12 - 5i - z| = 5$. Naszkieować w układzie współrzędnych zbiór O .
(3 p.) Opisać równaniem (zespolonym lub rzeczywistym) i naszkicować zbiór P złożony ze wszystkich takich liczb zespolonych $iz - 5$, że $z \in O$.
(3 p.) Opisać równaniem (zespolonym lub rzeczywistym) i naszkicować zbiór Q złożony ze wszystkich takich liczb zespolonych \bar{z} , że $z \in O$.
(2 p.) Znaleźć wszystkie elementy zbioru $O \cap Q$.
-

3. Niech $A = \{(x, y) : 0 \leq x, 0 \leq y, 1 \leq \frac{x}{2} + y, \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1\}$.
(4 p.) Znaleźć pole zbioru A .
(3 p.) Znaleźć pierwszą współrzędną środka ciężkości zbioru A (zakładając, że jest on jednorodny).
(3 p.) Znaleźć drugą współrzędną środka ciężkości zbioru A (zakładając, że jest on jednorodny).
-

4. (10 p.) Niech $f(x) = -\frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2} \ln \frac{1+\cos x}{\sin x}$ dla $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.
Obliczyć długość wykresu funkcji f .
-

5. (5 p.) Niech $0 \leq z \leq 1$. Obliczyć pole zbioru $\{(x, y) : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1 - z^2\}$.
(5 p.) Obliczyć objętość zbioru $\{(x, y, z) : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + z^2 \leq 1\}$.
-

6. (10 p.) Obliczyć całkę $\int \frac{x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 21x + 8}{x^3 + 4x^2 + 4x + 16} dx$.
-