

**Matematyka A — kolokwium**  
**25 marca 2015, godz. 18:15 — 20:10**

Rozwiązania różnych zadań należy napisać na różnych kartkach, bo sprawdzą je różne osoby. Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU imieniem i nazwiskiem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia. **Nie wolno korzystać z urządzeń elektronicznych (kalkulatorów, telefonów komórkowych itp.); posiadane muszą być schowane i wyłączone!** Nie dotyczy rozruszników serca. *Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!*

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i **NALEŻY** powoływać się na twierdzenia, które zostały *udowodnione* na wykładzie lub na ćwiczeniach.

---

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

---

1. (10 p.) Przedstawić w postaci  $x + yi$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$  liczby:

$$(1 + i)(3 - 4i)(-1 + i), \quad \frac{52-26i}{3+2i}, \quad \left(\frac{1+i}{2}\right)^{3364} \cdot (\sqrt{3} + i)^{1683} \quad \text{oraz} \quad e^{\ln 2 + \pi i/2}.$$

- 
2. (2 p.) Niech  $O$  będzie zbiorem złożonym ze wszystkich takich liczb zespolonych  $z$ , że  $|z - 5 - 12i| = 12$ . Naszkicować w układzie współrzędnych zbiór  $O$ .

(3 p.) Opisać równaniem (zespolonym lub rzeczywistym) i naszkicować zbiór  $P$  złożony ze wszystkich takich liczb zespolonych  $iz$ , że  $z \in O$ .

(3 p.) Opisać (zespolonym lub rzeczywistym) i naszkicować zbiór  $Q$  złożony ze wszystkich takich liczb zespolonych  $\bar{z}$ , że  $z \in O$ .

(2 p.) Znaleźć wszystkie elementy zbioru  $O \cap Q$ .

---

3. (10 p.) Znaleźć wszystkie takie liczby zespolone  $z$ , że

$$z^{10} + 4z^6 - 64z^4 - 256 = 0.$$

- 
4. (10 p.) Obliczyć:  $\int (1 - 2x)^4 dx$ ,  $\int x^3 \sin(4x^2) dx$ ,  $\int e^x \cos x dx$ .
- 

5. (10 p.) Obliczyć pole obszaru ograniczonego wykresami funkcji  $f$  i  $g$ , gdzie  $f(x) = \frac{4}{x}$  dla  $x > 0$  i  $g(x) = (x - 3)^2$  dla  $x \in \mathbb{R}$ .
-