

**Matematyka A, kolokwium 2, 30 kwietnia 2014, 18:15 — 20:00**

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzą je różne osoby.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU imieniem i nazwiskiem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

**Nie wolno korzystać z urządzeń elektronicznych (kalkulatorów, telefonów komórkowych itp.); posiadane muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.**

*Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!*

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i **NALEŻY** powoływać się na twierdzenia, które zostały **udowodnione** na wykładzie lub na ćwiczeniach.

---

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

---

1. (10 pt.) Przedstawić w postaci  $x + yi$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$  liczby  $(2 - i)(3 - 4i)(1 - 2i)$ ,  $\frac{75 - 25i}{4 - 3i}$  oraz

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{13} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{28}.$$

- 
2. (5 pt.) Obliczyć  $e^{1683\pi i}$ ,  $e^{1683\pi i/4}$ ,  $e^{-1683\pi i/6}$ .

(5 pt.) Wykazać, że jeśli  $e^z = z$ , to  $\operatorname{Re} z > 0$ .

- 
3. (10 pt.) Rozwiązać równanie  $z^{12} + z^{10} + z^8 + 65z^6 + 64z^4 + 64z^2 + 64 = 0$ , tzn. znaleźć wszystkie zespolone rozwiązania tego równania.

- 
4. (4 pt.) Znaleźć rozwiązanie ogólne równania  $t^3 x(t)x'(t) = 4 - (x(t))^2$

(3 pt.) Znaleźć takie rozwiązanie równania  $t^3 x(t)x'(t) = 4 - (x(t))^2$ , że  $x(1) = 1$ .

(3 pt.) Znaleźć takie rozwiązanie równania  $t^3 x(t)x'(t) = 4 - (x(t))^2$ , że  $x(1) = 2$ .

- 
5. W ciągu 10 minut temperatura herbaty w szklance zmalała ze  $100^\circ\text{C}$  do  $40^\circ\text{C}$ . Temperatura powietrza w pomieszczeniu jest równa  $25^\circ\text{C}$ .

Po jakim czasie temperatura herbaty zmniejszy się do  $35^\circ\text{C}$ ?

Obowiązuje prawo stygnięcia sformułowane przez Newtona: „*szybkość zmniejszania się temperatury układu jest proporcjonalna do różnicy temperatur pomiędzy układem a otoczeniem.*”

---