

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU imieniem i nazwiskiem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

**Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone!** Nie dotyczy rozruszników serca.

*Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!*

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

1. (6 pt.) Znaleźć rozwiązanie ogólne równania  $x'(t) = \operatorname{ctg} t \cdot x(t) + \sin t + \sin t \cdot \ln t$  na przedziale otwartym  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ .

(4 pt.) Znaleźć rozwiązanie zagadnienia początkowego  $\begin{cases} x'(t) = \operatorname{ctg} t \cdot x(t) + \sin t + \sin t \cdot \ln t, \\ x(0) = 0. \end{cases}$

2. (1pt.) Rozwiązać równanie  $\lambda^2 - 3\lambda - 10 = 0$ .

(1 pt.) Znaleźć rozwiązanie ogólne równania  $x''(t) - 3x'(t) - 10x(t) = 0$ .

- (8 pt.) Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$x''(t) - 3x'(t) - 10x(t) = (5 - 294t^2)e^{-2t} + 25e^{2t} + 15 \cos 2t.$$

3. Niech  $M = \begin{pmatrix} 5 & -3 & -6 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- (1 pt.) Znaleźć iloczyn  $M \cdot \mathbf{v}$ .

- (5 pt.) Znaleźć rozwiązanie ogólne układu równań  $\mathbf{x}'(t) = M \cdot \mathbf{x}(t)$ .

- (1 pt.) Znaleźć rozwiązanie układu równań  $\mathbf{x}'(t) = M \cdot \mathbf{x}(t)$  spełniające warunek  $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- (3 pt.) Znaleźć rozwiązanie układu równań  $\mathbf{x}'(t) = M \cdot \mathbf{x}(t)$  spełniające warunek  $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

4. (2 pt.) Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$x''(t) - 10x'(t) + 169x(t) = 0.$$

- (6 pt.) Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$x''(t) - 10x'(t) + 169x(t) = 24e^{5t} \sin(12t) + 1690e^{-5t} \sin(12t) + 144e^{5t} + 1690.$$

- (2 pt.) Znaleźć rozwiązanie zagadnienia początkowego

$$\begin{cases} x''(t) - 10x'(t) + 169x(t) = 24e^{5t} \sin(12t) + 1690e^{-5t} \sin(12t) + 144e^{5t} + 1690 \\ x(0) = 7. \end{cases}$$

5. (10 pt.) Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$x''(t) + 2x'(t) + x(t) = 2e^{-t}\sqrt{t+1}.$$