

Matematyka A, kolokwium, 26 marca 2009, 18:15 – 20:15

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU imieniem i nazwiskiem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i **NALEŻY** powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

1. Niech $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$ dla $x \in [1, 2]$.

(4 pt.) Znaleźć długość wykresu funkcji f .

(6 pt.) Znaleźć środek masy tego wykresu (zakładamy, że masa jest rozłożona równomiernie, tzn. że jest długość dowolnego łuku jest proporcjonalna do jego długości).

2. (10 pt.) Rozwiązać równanie $|z^3 + 2 - 2i| + |z| \cdot \bar{z} \cdot z = 2\sqrt{2}$.

3. (4 pt.) Znaleźć objętość zbioru $A = \{(x, y, z): 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ i } y^2 + z^2 \leq \sin^2 x\}$.

(6 pt.) Znaleźć środek masy zbioru $B = \{(x, y): 0 \leq y \leq \sin^2 x \text{ i } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$ zakładając, że jest on jednorodny.

4. (10 pt.) Obliczyć $\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^{1001} + \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{1001}$.

5. (10 pt.) Niech $x(t) = t^2 e^{3t}$. Obliczyć $x^{(3)}(t) - 3x''(t) + 3x'(t) - x(t)$.
