

Matematyka A, kolokwium, 3 listopada 2009, 18:30 – 20:15

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

1. (5 pt.) Znaleźć $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 8 \\ -1 & 3 & -4 \\ 2 & 1683 & -2 \end{vmatrix}$.

2. (2 pt.) Podać definicję kosinusa dowolnego kąta $t > 0$.

(1 pt.) Rozwiązać nierówność $y^2 - 4y + 3 > 0$.

(4 pt.) Rozwiązać nierówność $\cos^4 t - 4 \cos^2 t \sin^2 t + 3 \sin^4 t > 0$. (N)

(3 pt.) Na okręgu o równaniu $x^2 + y^2 = 1$ zaznaczyć łuki złożone z punktów, przez które przechodzi drugie ramię kąta t spełniającego nierówność (N) przy założeniu, że pierwszym ramieniem takiego kąta jest półprosta $\{(x, 0) : x \geq 0\}$.

3. (3 pt.) Podać definicję logarytmu liczby x przy podstawie y . Jakie liczby wolno logarytmować i przy jakich podstawach?

(3 pt.) Wykazać (nie używając tablic, kalkulatorów, komputerów — kartka i pisadło wystarczy), że zachodzi nierówność $\log 2 + \log 9 + 2 \log 11 < 7 \log 3 < 3 \log 13$.

4. (4 pt.) Rozwiązać równanie: $\log_7(20 - x^3) = 1 + \log_7(2 - x)$.

5. Niech $O = (1, 0, 1)$, $A = (2, 2, 3)$, $B = (4, 2, 7)$, $C = (2, 4, 9)$.

(3 pt.) Znaleźć wektory \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OC} i \overrightarrow{OB} oraz ich długości.

(3 pt.) Znaleźć kosinus największego z kątów trójkąta ABO .

(3 pt.) Znaleźć $\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}$.

(2 pt.) Znaleźć pole trójkąta ABO .

(2 pt.) Znaleźć objętość czworościanu $ABCO$.

(2 pt.) Znaleźć odległość punktu C od płaszczyzny OAB .
