

Matematyka A, egzamin poprawkowy, 10 września 2009

13:05 — 16:05

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby. Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach. *Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!*

1. Rozwiązać równanie $z^{12} + 17z^8 + 272z^4 + 256 = 0$. Ile to jest $-1 + 17 - 272 + 256$?

2. Znaleźć wartości i **wszystkie** wektory własne macierzy $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

3. Znaleźć wszystkie takie funkcje f , że a styczna do wykresu f w dowolnym jego punkcie przechodzi przez punkt $(7, 13)$.

4. Rozwiązać równanie różniczkowe $tx' - x = x^2$. Znaleźć rozwiązania x_1, x_2, x_3 tego równania spełniające odpowiednio warunki: $x_1(1) = \frac{1}{2}$, $x_2(0) = 1$, $x_3(1) = 0$, lub wykazać, że któreś z nich nie istnieje.

5. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$x''(t) - x'(t) - 12x(t) = 14te^{-3t} + 7e^{4t} + 14\cos(2t) - 18\sin(2t) + e^t \cos t - 13e^t \sin t.$$

6. Niech $f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3$. Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji f w zbiorze $T = \{(x, y): 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4 \text{ i } x + y \leq 4\}$. Narysować zbiór T .
