

Matematyka A, egzamin, 23 czerwca 2009

12:05 — 15:05

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby. Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach. *Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!*

1. Znaleźć promień i środek okręgu C , która zawiera zbiór K złożony ze wszystkich tych liczb zespolonych z , dla których $\frac{z}{z-2(1-i)} + \frac{\bar{z}}{\bar{z}-2(1+i)} = 0$.

Znaleźć wszystkie punkty okręgu C , które znajdują się **poza** zbiorem K .

2. Znaleźć wartości i **wszystkie** wektory własne macierzy $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.
-

3. Znaleźć wszystkie takie funkcje f ,

których wykres Γ_f jest zawarty w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych,

a styczna do Γ_f w dowolnym jego punkcie $P(x) = (x, f(x))$ przecina obie osie układu współrzędnych w punktach $X(x), Y(x)$ przy czym $P(x)$ środkiem odcinka o końcach $X(x), Y(x)$.

4. Rozwiązać równanie różniczkowe $tx' + x = x^2$.

Znaleźć rozwiązanie x_1 tego równania spełniające warunek $x_1(1) = \frac{1}{2}$ oraz rozwiązanie x_2 spełniające warunek $x_2(1) = 0$.

5. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = 6te^{2t} + 16e^{-2t} + 8\cos(2t) + 4e^{2t}\cos(2t).$$

6. Niech $f(x, y) = x^2 + 3xy^2 - xy^3$. Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji f w prostokącie $R = \{(x, y): -3 \leq x \leq 0 \text{ i } -1 \leq y \leq 3\}$.
-