

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

1. (10 pt.) Funkcja $t \cdot \operatorname{tg} t$ jest rozwiązaniem jednego, dwóch a może nawet trzech równań wypisanych niżej:

$$x''(t) - 2 \operatorname{tg} t \cdot x'(t) = 0, \quad x''(t) - \frac{2}{\cos^2 t} \cdot x(t) = \frac{2}{\cos^2 t}, \quad x''(t) - 2 \operatorname{tg} t \cdot x'(t) = 2.$$

Których? Odpowiedź należy dokładnie uzasadnić!

2. (10 pt.) Znaleźć rozwiązanie równania różniczkowego

$$x'(t) - x(t) = x e^x (x^2 + 4)^{-1/2}$$

spełniające warunek początkowy $x(0) = 0$.

3. (10 pt.) Rozwiązać równanie różniczkowe

$$x''(t) + 25x(t) = 100e^{5t} + 100e^{-5t} + 100 \cos(5t) + 50t \sin(5t).$$

4. (10 pt.) Znaleźć rozwiązanie równania różniczkowego

$$x''(t) - 10x'(t) + 25x(t) = 100e^{5t} + 100e^{-5t} + 100 \cos(5t),$$

które spełnia warunek początkowy $x(0) = 2$, $x'(0) = -10$.

5. (10 pt.) Znaleźć rozwiązanie równania różniczkowego

$$x''(t) + x'(t) - 20x(t) = 72e^{4t} + 72e^{-4t} + 72 \cos(4t) - 320 \sin(4t),$$

które spełnia warunek początkowy $x(0) = -10$, $x'(0) = 80$.

6. (10 pt.) Znaleźć takie wszystkie punkty $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, że każde rozwiązanie równania różniczkowego

$$x''(t) + ax'(t) + bx(t) = 0$$

jest funkcją ograniczoną, to znaczy, że dla każdego rozwiązania $x(t)$ istnieje taka liczba rzeczywista M , że nierówność $|x(t)| < M$ jest spełniona dla wszystkich liczb rzeczywistych t .
