

Matematyka A, kolokwium, 26 marca 2009, 18:15 – 20:15

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

1. (10 pt.) Znaleźć objętość bryły, która powstała w wyniku obrotu obszaru ograniczonego wykresem funkcji $y = f(x) = e^{-x^2} \sqrt{|x|}$ i osią OX wokół tej osi o kąt 360° .

2. (10 pt.) Rozwiązać równanie $z^4 + 2z^2 + 32z + 65 = 0$, tzn. znaleźć wszystkie zespolone rozwiązania tego równania wiedząc, że równanie ma pierwiastek wśród liczb postaci $a + bi$, gdzie a i b są liczbami całkowitymi, dla których $a^2 + b^2 \leq 5$.

3. (10 pt.) Znaleźć środek masy jednorodnego obszaru ograniczonego wykresami funkcji $f(x) = \sqrt[3]{x}$ i $g(x) = -x^3$, $0 \leq x \leq 1$.

4. (10 pt.) Niech $A = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & \sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & -\cos \frac{\pi}{6} \end{pmatrix}$.

Znaleźć $\det(A)$.

Znaleźć $A^2 := A \cdot A$.

Znaleźć A^{1410} .

Znaleźć A^{1683} .

Znaleźć wszystkie takie macierze $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, że $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

5. (10 pt.) Znaleźć wszystkie takie liczby zespolone z , dla których spełniona jest równość $|z^4 + 81| + |z^4 - 81| = 162$
