

**Egzamin poprawkowy z matematyki dla studentów chemii, 20 lutego 2009, 13:05 – 16:05**

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby. Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia .

**Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone!** Nie dotyczy rozruszników serca.

*Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!*

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały pojawiły się na wykładzie lub na ćwiczeniach.

- 
1. Zdefiniować  $\log_d c$  pamiętając o założeniach o  $d$  i  $c$ .

Niech  $a = \log_{10} 7$ ,  $b = \log_{10} 5$ . Wyrazić  $\log_{10} 35$  oraz  $\log_{10} 14$  za pomocą  $a$  i  $b$ .

Wykazać, że  $2a < 1 + b$ .

---

2. Podać definicję kosinusa i sinusa dowolnego kąta.

Rozwiązać nierówność:  $|\sin t| > \sin(t + \frac{\pi}{2})$ . Zilustrować jej rozwiązanie na okręgu  $x^2 + y^2 = 1$ .

---

3. Niech  $f(x) = \sqrt[3]{x^2(x^2 - 2)}$ . Obliczyć  $f'(x)$  i  $f''(x)$  dla  $\pm\sqrt{2} \neq x \neq 0$ .

Znaleźć przedziały, na których funkcja  $f$  maleje i te, na których rośnie.

Znaleźć przedziały, na których funkcja  $f$  jest wypukła i te, na których jest wklęsła.

Obliczyć granice funkcji  $f$  przy  $x \rightarrow \pm\infty$ , oraz granice  $f'$  przy  $x \rightarrow \pm\sqrt{2}$  i przy  $x \rightarrow 0$ .

Na podstawie uzyskanych informacji naszkicować wykres funkcji  $f$ .

---

4. Obliczyć wyznacznik  $\begin{vmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 14 & 5 & -2 \\ 6 & -30 & -33 \end{vmatrix}$ .

Znaleźć iloczyn wektorowy i skalarny wektorów  $\overrightarrow{[-1, 2, -2]}$  i  $\overrightarrow{[14, 5, -2]}$  oraz kosinus i sinus kąta między tymi wektorami.

Znaleźć pole trójkąta o wierzchołkach  $(0, 0, 0)$ ,  $(-1, 2, -2)$  i  $(14, 5, -2)$ . Czy wszystkie trzy kąty tego trójkąta są ostre?

---

5. Znaleźć trzeci wielomian Taylora funkcji  $\ln(x^6) + \frac{12}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$  w punkcie  $x_0 = 1$ .
- 

6. Naszkicować obszar złożony z punktów  $(x, y)$ , których współrzędne spełniają obie nierówności:  $0 \leq y \leq \sin x$  i  $0 \leq x \leq \sin y$  i znaleźć jego pole.
- 

Informacje pożyteczne lub zbędne:  $5^3 = 125$ ,  $3^4 = 81$ ,  $4^3 = 64$ ,  $81^2 = 6561$ ,  $5^7 = 78125$ ,  $3^2 = 9$ ,  $3^3 = 27$ ,  $3^4 = 81$ ,  $3^5 = 243$ ,  $33 = 3 \cdot 11$ ,  $6 = 3 \cdot 2$ ,  $30 = 3 \cdot 10$ ,  $2^8 = 256$ ,  $15^2 = 225$ ,  $2^{17} = 131072$ ,  $19^3 = 6859$ ,  $19^4 = 130321$ ,  $19^5 = 2476099$ .