

**Egzamin z matematyki dla studentów chemii, 29 stycznia 2009, 13:35 – 16:35**

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia .

**Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone!** Nie dotyczy rozruszników serca.

*Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!* Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały pojawiły się na wykładzie lub na ćwiczeniach.

---

1. Zdefiniować  $\log_b a$  pamiętając o założeniach o  $a$  i  $b$ .

Wykazać, że  $2 + 4 \log_{10} 9 > 1 + 8 \log_{10} 4 > \log_{10} 5 + 4 \log_{10} 19$ .

---

2. Podać definicję kosinusa i sinusa dowolnego kąta.

Rozwiązać nierówność:  $\sin t > \sin(t + \frac{\pi}{3})$ . zilustrować jej rozwiązanie na okręgu  $x^2 + y^2 = 1$ .

---

3. Niech  $f(x) = \sqrt[3]{x(3-x^2)}$ . Obliczyć  $f'(x)$  i  $f''(x)$  dla  $3 \neq x \neq 0$ .

Znaleźć przedziały, na których funkcja  $f$  maleje, na których rośnie.

Znaleźć przedziały, na których funkcja  $f$  jest wypukła, na których jest wklęsła.

Obliczyć granice funkcji  $f$  przy  $x \rightarrow \pm\infty$ , oraz granice jednostronne  $f'$  przy  $x \rightarrow \pm\sqrt{3}$  i przy  $x \rightarrow 0$ .

Na podstawie uzyskanych informacji naszkicować wykres funkcji  $f$ .

---

4. Obliczyć wyznacznik  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 7 \end{vmatrix}$ .

Znaleźć iloczyn wektorowy i skalarny wektorów  $\overrightarrow{[1, 2, -2]}$  i  $\overrightarrow{[14, 5, -2]}$  oraz kosinus i sinus kąta między tymi wektorami.

Znaleźć pole trójkąta o wierzchołkach  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 2, -2)$  i  $(14, 5, -2)$ . Czy wszystkie trzy kąty tego trójkąta są ostre?

---

5. Znaleźć czwarty wielomian Taylora funkcji  $\ln(\frac{x^4}{16}) + e^{x-2}$  w punkcie  $x_0 = 2$ .
- 

6. Znaleźć pole obszaru zawartego między wykresami funkcji  $f$  i  $g$ , jeśli  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$  i  $g(x) = 11x + 31$ .

Informacja: punkty wspólne obydwóch wykresów mają całkowite współrzędne.

---

Informacje pożyteczne lub zbędne:  $5^3 = 125$ ,  $3^4 = 81$ ,  $4^3 = 64$ ,  $81^2 = 6561$ ,  $5^7 = 78125$ ,  $3^2 = 9$ ,  $3^3 = 27$ ,  $3^4 = 81$ ,  $3^5 = 243$ ,  $3^6 = 729$ ,  $2^6 = 64$ ,  $2^7 = 128$ ,  $2^8 = 256$ ,  $2^{16} = 65536$ ,  $2^{17} = 131072$ ,  $19^3 = 6859$ ,  $19^4 = 130321$ .