Matematyka A, egzamin komisyjny, 11 października 2007

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby. Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia .

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały *udowodnione* na wykładzie lub na ćwiczeniach.

---

1. (a) Znaleźć rozwiązanie ogólne równania różniczkowego $(t^2+2t)x'(t) = 2(t+1)x(t)+t+2$.

(b) Znaleźć rozwiązanie x spełniające warunek $x(1)=0$.

---

2. Znaleźć środek masy jednorodnego obszaru $G=\{(x,y,z)\colon \quad x^2+y^2+z^2\le 9 \ i\ y\ge 0\}$.

---

3. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania

$$x''(t)-x'(t)-6x(t)=2e^{3t}+6te^{-3t}-7e^{-3t}+10te^{3t}-10\sin(2t)-2\cos(2t).$$

---

4. Znaleźć rozwiązanie ogólne układu równań:
$$\begin{cases} x'(t)=y(t)-z(t),\\ y'(t)=x(t)+2y(t)+z(t),\\ z'(t)=2x(t)-2y(t)+3z(t).\end{cases}$$

Znaleźć rozwiązanie układu spełniające warunek $x(0)=2$, $y(0)=0$, $z(0)=0$ wiedząc, że

(1) jednym z pierwiastków wielomianu charakterystycznego macierzy, która jest interesująca dla rozwiązujących ten układ równań jest liczba $2+i$

(2) oraz że suma wszystkich wartości własnych równa jest 5.

---

5. Znaleźć punkty zerowania się gradientu funkcji f i lokalne ekstrema tej funkcji oraz wyjaśnić, które z nich są minimami, a które maksimami, jeśli $f(x,y)=4x^3-27x+3xy^2$ dla $(x,y)\in\mathbb{R}^2$.