

**Matematyka A, kolokwium, 9 maja 2007, 15:40 – 17:00**

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby. Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia .

**Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone!** Nie dotyczy rozruszników serca.

*Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!*

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

---

1. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania różniczkowego  $x'(t) + 2x(t) = 4t^3e^{-2t} + 8t \cos(2t)$

---

2. Znaleźć taką funkcję  $x$  zmiennej  $t$ , że  $x'(t) \cos t + 2x \sin t = \sin t$  dla  $t \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  i  $x(0) = 1$ .

---

3. Rozwiązać równanie  $x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) = 10e^t + 10e^{-t} + 10 \sin t$ .

---

4. Znaleźć taką funkcję  $x$  zmiennej  $t$ , że  $x'(0) = 6$ ,  $x(0) = 0$  oraz że dla każdej liczby  $t$  zachodzi równość  $x''(t) + 9x(t) = 6 \cos(3t)$ .

---

5. Rozwiązać układ równań:

$$\begin{cases} x'(t) = -3x(t) + 5y(t) - 5z(t), \\ y'(t) = -3y(t), \\ z'(t) = -5y(t) + 2z(t). \end{cases}$$

---

6. Podać definicję zbioru otwartego w przestrzeni  $\mathbb{R}^3$ .

Podać definicję pochodnej cząstkowej funkcji  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ .

---

*Informacja o niektórych logarytmach:*  $\ln 2 \approx 0,6931$ ,  $\ln 3 \approx 1,0986$ ,  $\ln 4 \approx 1,3863$ ,  $\ln 5 \approx 1,6094$ ,  
 $\ln 6 \approx 1,7918$ ,  $\ln 7 \approx 1,9459$ ,  $\ln 8 \approx 2,0794$ ,  $\ln 9 \approx 2,1972$ ,  $\ln 10 \approx 2,3026$ ,  $\ln 11 \approx 2,3979$ ,  
 $\ln 12 \approx 2,4849$ ,  $\ln 13 \approx 2,5649$ ,  $\ln 14 \approx 2,6391$ ,  $\ln 15 \approx 2,7081$ ,  $\ln 16 \approx 2,7726$ ,  $\ln 17 \approx 2,8332$ ,  
 $\ln 18 \approx 2,8904$ ,  $\ln 19 \approx 2,9444$ ,  $\ln 20 \approx 2,9957$ ,  $\ln 21 \approx 3,0445$ ,  $\ln 22 \approx 3,0910$ ,  $\ln 23 \approx 3,1360$ .