

Matematyka A, kolokwium dodatkowe, 23 kwietnia 2007, 16:15 – 17:35

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzać je będą różne osoby. Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia .

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

1. Obliczyć $\int (x^3\sqrt{1+4x^2} + x\cos(x^2)) dx$.

2. Obliczyć $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos t \sin t}{\cos 2t+5} dt$.

3. Obliczyć środek ciężkości jednorodnego obszaru, który jest ograniczony wykresami funkcji

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{2} \quad \text{i} \quad g(x) = x^2 - 1.$$

4. Obliczyć objętość bryły powstałej w wyniku obrotu półokręgu $\{(x, y): (x-10)^2 + y^2 = 4 \text{ i } 0 \leq y\}$, wokół osi OY .

5. Znaleźć długość wykresu funkcji $y = \ln(\cos x)$, gdzie $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

6. Znaleźć wszystkie takie funkcje $x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $tx'(t) + 2x(t) = 0$ i $x(1) = 1$.
