

Klasówka 5, matematyka A, 17 maja 2006

Na rozwiązanie wszystkich zadań jest 120 minut

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia i nr. grupy ćwiczeniowej.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone!

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

1. Znaleźć różniczkowalną funkcję x zmiennej t określoną na pewnym przedziale otwartym I zawierającym liczbę 1 taką, że $tx'(t) + x(t) = x(t)^2$ dla $t \in I$ oraz

(a) $x(1) = 1$;

(b) $x(1) = \frac{1}{2}$;

(c) $x(1) = 0$.

2. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania $x'(t) + 2x(t) = \frac{1}{1+e^t}$.

3. W ciągu 30 dni masa substancji radioaktywnej zmniejszyła się z 10 g do 5 g. Jaka będzie masa tej substancji po upływie t dni?

Uwaga: Liczba t nie musi być całkowita.

4. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania $x''(t) + 6x'(t) + 5x(t) = e^{-t}$.

5. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania $x''(t) + 6x'(t) + 9x(t) = 0$.

6. Znaleźć takie rozwiązanie równania $x''(t) + 6x'(t) + 10x(t) = 0$, że $x(0) = 1$ i $x'(0) = -2$.

PO zrobieniu sześciu zadań można zrobić zadanie dodatkowe:

D. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania $x^{(4)} + 4x''(t) + 5x(t) = 6 \cos t + 2t \sin t$.