

Klasówka poprawkowa, matematyka A, 29 listopada 2005

Na rozwiązanie wszystkich zadań jest 90 minut

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU nazwiskiem i imieniem piszącego, jego nr. indeksu oraz nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia i nr. grupy ćwiczeniowej.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych; jeśli ktoś ma, muszą być schowane i wyłączone!

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

1. (1.1) Zdefiniować $\log_c d$ pamiętając o założeniach o c i d . Rozwiązać równanie:

$$\log \frac{x+6}{2} + \log(9 - x^2) = 1 + \frac{1}{3} \log 8.$$

- (1.2) Wykazać, że $\log 2 < \frac{3}{10}$.

2. Rozwiązać równanie: $\log_3 [2 \sin(\varphi + \frac{\pi}{3})] = \frac{1}{2}$.

Zilustrować rozwiązanie tego równania na okręgu $x^2 + y^2 = 1$.

3. Podać definicję sinusa dowolnego kąta dodatniego. Rozwiązać nierówność: $\sin t \leq \frac{1}{2}$.

Zilustrować rozwiązanie tej nierówności na okręgu $x^2 + y^2 = 1$.

4. Rozwiązać równanie: $\sin 3\psi = \cos 4\psi$.

Zilustrować rozwiązanie tego równania na okręgu $x^2 + y^2 = 1$.

5. Niech $a_n = \frac{15-1410n^2+7n}{4n^3-11n+2005}$, $b_n = \frac{(n-1025n^2)(11-n^{11})}{n^{13}+3n+3}$ i $c_n = (0,9 + \frac{1}{n})^n$ dla $n = 1, 2, 3, \dots$

Wyjaśnić, czy setny wyraz każdego z trzech ciągów (a_n) , (b_n) , (c_n) jest większy, równy czy mniejszy niż 1. A wyraz dwusetny?

Znaleźć granice: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15-1410n^2+7n}{4n^3-11n+2005}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1025n^2)(11-n^{11})}{n^{13}+3n+3}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} (0,9 + \frac{1}{n})^n$.

6. Znaleźć kosinusy obu kątów, które tworzą płaszczyzny o równaniach $x + 2y + 2z = 9$ i $x + 4y - 8z = -3$. Niech $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 3, 3)$ i $D = (2, 5, -7)$. Znaleźć taki punkt C , by czworokąt $ABCD$ był równoległobokiem o przekątnych AC i BD . Znaleźć pole równoległoboku $ABCD$ i jego środek symetrii. Znaleźć długości boków tego równoległoboku i sinus kąta między nimi.

inf. Informacje przeróżne (przydatne albo i nie):

$\sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$; $\sin \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $1 + x \leq e^x$ dla $x \in \mathbb{R}$; $\sin x < x < \operatorname{tg} x$, gdy $\frac{\pi}{2} > x > 0$.
 $2^7 = 128$, $2^{10} = 1024$, $2^{12} = 4096$, $2^{20} = 1048576$, $3^4 = 81$, $3^8 = 6561$, $3^{13} = 1594323$.