

RP I 2017, seria III

1. Rzucono 3 kości do gry. Jeżeli na żadnych dwóch kościach nie wypadł ten sam wynik, to jakie jest prawdopodobieństwo tego, że na przyjąjmniej 1 kości wypadła jedynka?

2. Kostka A ma 4 ścianki czerwone i 2 białe, a kostka B – 4 białe i 2 czerwone. Losujemy jedną z tych kostek (tylko jeden raz, na początku) i następnie nią rzucamy.

- a) Jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia ścianki białej w n -tym rzucie?
- b) Jeżeli pierwsze dwa rzuty dały w wyniku ściankę czerwoną, to jakie jest prawdopodobieństwo tego, że trzeci też da ściankę czerwoną?
- c) Pierwsze n rzutów dało ściankę czerwoną. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że rzucaliśmy kostką A ?

3. Rzucamy kostką do momentu wyrzucenia szóstki.

- a) Jeżeli wiadomo, że pierwszy rzut nie dał szóstki, to jakie jest prawdopodobieństwo tego, że będzie potrzeba więcej niż trzech rzutów?
- b) Jeżeli wiadomo, że wykonana liczba rzutów jest parzysta, to jakie jest prawdopodobieństwo tego, że $n = 2$?

4. W populacji jest 15% dyslektyków. Przy teście diagnostycznym przyjmuje się, że wynik 6 lub więcej błędów świadczy o dysleksji. Każdy dyslektyk na pewno popełnia co najmniej 6 błędów. Jednak również nie-dyslektyk może popełnić co najmniej 6 błędów – dzieje się to z prawdopodobieństwem $1/10$.

Jaś popełnił w teście 6 błędów. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że jest dyslektykiem? Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w kolejnym teście popełni mniej niż 6 błędów?

5. Trzej strzelcy oddali po 1 strzale do dzika. Wiadomo, że pierwszy z nich trafia z prawdopodobieństwem 0,8, drugi – 0,9, a trzeci 0,6, i że wyniki strzelców są niezależne.

- a) Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że dzik zostanie zabity?
- b) Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że trafią go co najmniej 2 kule?
- c) Wiadomo, że dzik został zabity. Jakie jest teraz prawdopodobieństwo tego, że trafiły go co najmniej 2 kule?

6. [paradoks Simpsona] Pewnien kraj podzielony jest na dwa województwa: A i B . W województwie A prawdopodobieństwo skradzenia Toyoty jest większe, niż prawdopodobieństwo skradzenia Fiata, w województwie B tak samo. Czy można stąd wnioskować, że w całym kraju prawdopodobieństwo skradzenia Toyoty jest większe, niż prawdopodobieństwo skradzenia Fiata?

7. Każda z N urn zawiera m białych i n czarnych kul. Z pierwszej urny losujemy 1 kulę i przekładamy do drugiej, potem losujemy kulę z drugiej i przekładamy do trzeciej itd. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że kula wylosowana z ostatniej urny będzie czarna?

8. Rozpatrujemy schemat klasyczny, przy czym $\#\Omega = p$, liczba pierwsza. Pokazać, że w takiej przestrzeni probabilistycznej nie ma nietrywialnych zdarzeń niezależnych.

9. [dylemat więźnia]. W wyniku amnestii, jeden z trzech skazanych na długoletnie więzienie ma zostać ułaskawiony (wybór między nimi jest losowy). Strażnicy wiedzą już, który z więźniów: A , B czy C zostanie zwolniony. Więzień A rozumuje w sposób następujący: „przekupię strażnika, niech poda mi nazwisko takiego z pozostałych dwóch więźniów, który nie zostanie ułaskawiony. Jeżeli powie mi, że więzień B zostaje w więzieniu, to wtedy tym szczęśliwym będę albo ja, albo C . Czyli prawdopodobieństwo mojego ułaskawienia to $1/2$. Tak samo, jeżeli strażnik powie mi, że to C zostaje w więzieniu. A zatem teraz moja szansa na uwolnienie to $1/2$ a nie $1/3$.” Gdzie jest błąd w tym rozumowaniu?