

Podstawy matematyki – ćwiczenia 7

19.11.2012 r.

1. Pokazać, że $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \sim \mathbb{N}$.
2. Pokazać, że $P(A) \sim \{0, 1\}^A$.
3. Pokazać, że $\mathbb{R} \not\sim \mathbb{N}$.
4. W zbiorze $\mathbb{N} \times \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ określamy relację \equiv :

$\varphi_1 \equiv \varphi_2$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $n \in \mathbb{N}$ zachodzi

$$\pi_1(\varphi_1(n)) - \pi_2(\varphi_1(n)) = \pi_1(\varphi_2(n)) - \pi_2(\varphi_2(n)),$$

gdzie π_1, π_2 oznaczają odpowiednio rzut na pierwszą i drugą współrzędną.

- (a) Czy istnieje $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ taka, że klasa $[\varphi]_{\equiv}$ jest skończona?
- (b) Czy klasa $[\lambda n. \langle 0, n \rangle]_{\equiv}$ jest równoliczna z $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$?