

Podstawy matematyki – ćwiczenia 5

5.11.2012 r.

1. Niech $F : \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \rightarrow P(\mathbb{N})$ będzie dana wzorem:

$$F(f) = f^{-1}(\{1\}).$$

- (a) Czy F jest różnowartościowa i czy jest na $P(\mathbb{N})$?
 - (b) Znaleźć obraz zbioru funkcji stałych i przeciwobraz zbioru $\{\{10\}\}$.
2. Znajdź przykład $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ takiej, że przeciwobraz każdego zbioru jednoelementowego jest
- (a) jednoelementowy;
 - (b) dwuelementowy;
 - (c) nieskończony.

3. Podać przykład takiej funkcji $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ i zbioru $X \subseteq \mathbb{N}$, aby funkcja $g : \mathbb{N} \rightarrow P(\mathbb{N})$ dana wzorem

$$g(i) = f^{-i}(X)$$

była różnowartościowa. Notacja $f^{-i}(X)$ oznacza przeciwobraz X przy przekształceniu f^i .

4. Niech $\varphi : (\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}) \rightarrow P(\mathbb{N})^{P(\mathbb{N})}$ będzie określona w następujący sposób:

$$\varphi(f)(A) = f^{-1}(A).$$

- (a) Czy φ jest różnowartościowa?
- (b) Czy φ jest na $P(\mathbb{N})^{P(\mathbb{N})}$?
- (c) Znaleźć $\varphi^{-1}(\{id_{P(\mathbb{N})}\})$.
- (d) Czy istnieje funkcja $f \in Rg\varphi$, która jest różnowartościowa? Czy każda funkcja $f \in Rg\varphi$ jest różnowartościowa?