

Podstawy matematyki – ćwiczenia 5

7.11.2011 r.

1. Ile jest funkcji, funkcji częściowych, funkcji różnowartościowych, funkcji na

- (a)  $\emptyset \rightarrow \emptyset$ ;
- (b)  $\{\cdot\} \rightarrow \emptyset$ ;
- (c)  $\emptyset \rightarrow \{\cdot\}$ ;
- (d)  $\{\cdot\} \rightarrow \{\cdot\}$ ;
- (e)  $\{\cdot, \square\} \rightarrow \{\cdot\}$ ;
- (f)  $\{\cdot\} \rightarrow \{\cdot, \square\}$ ?

2. Niech  $f : A \rightarrow B$ . Pokazać, że  $f$  jest różnowartościowa wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego  $C$  i dla każdych  $g, h : C \rightarrow A$  zachodzi

$$f \circ g = f \circ h \rightarrow g = h.$$

3. Podać przykład  $f : A \rightarrow B$ ,  $X \subseteq A$ ,  $Y \subseteq B$  takich, że

- (a)  $\vec{f}^{-1}(\vec{f}(X)) \neq X$ ;
- (b)  $\vec{f}(\vec{f}^{-1}(Y)) \neq Y$ ;
- (c)  $\vec{f}(C \cap D) \neq \vec{f}(C) \cap \vec{f}(D)$ .

4. Niech  $f : P(\mathbb{N}) \times P(\mathbb{N}) \rightarrow P(\mathbb{N})$  będzie dana wzorem

$$f(\langle C, D \rangle) = C \cap D.$$

- (a) Czy  $f$  jest różnowartościowa?
- (b) Czy  $f$  jest na  $P(\mathbb{N})$ ?
- (c) Znaleźć  $\vec{f}^{-1}(\{\mathbb{N}\})$ .
- (d) Znaleźć  $\vec{f}(P(B) \times P(B))$  dla  $B \subseteq \mathbb{N}$ .

5. Pokazać, że funkcja  $\varphi : P(A \times B) \rightarrow (B \rightarrow P(A))$  dana wzorem

$$\varphi(\Delta)(b) = \{a \in A \mid \langle a, b \rangle \in \Delta\}$$

jest bijekcją.