

Podstawy matematyki – ćwiczenia 13

9.01.2012 r.

1. Pokazać, że dla dowolnego X zbiór $\langle P(X), \subseteq \rangle$ jest kratą zupełną.
2. Rozważmy zbiór $\langle A \rightsquigarrow B, \leq \rangle$ funkcji częściowych z A do B z porządkiem

$$f \leq g \text{ wtw. } \text{Dom}(f) \subseteq \text{Dom}(g) \wedge \forall x \in \text{Dom}(f)(f(x) = g(x)).$$

Czy (Kiedy) $\langle A \rightsquigarrow B, \subseteq \rangle$ jest kratą zupełną?

3. Pokazać, że $\langle A \rightsquigarrow B, \subseteq \rangle$ jest zupełnym porządkiem częściowym.
4. Podaj przykład takiego przekształcenia monotonicznego f w kracie $\langle P(\mathbb{N}), \subseteq \rangle$, że kres górny zbioru $\{f^n(\emptyset) : n \in \mathbb{N}\}$ nie jest najmniejszym punktem stałym f . Czy można tak wybrać f , aby najmniejszy punkt stały nie istniał?
5. Z badać, czy następujące formuły są tautologiami i czy są spełnialne:

(a) $p \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$,

(b) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$,

(c) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$.

6. Znaleźć, o ile istnieje, taką formułę α , aby następująca formuła była tautologią rachunku zdań.

(a) $p \vee \alpha \rightarrow \alpha \wedge p$,

(b) $p \vee \alpha \rightarrow \alpha \wedge q$,

(c) $(\alpha \rightarrow p) \wedge (\neg \alpha \rightarrow q)$.