

Logika dla informatyków – ćwiczenia 7

21.11.2011 r.

1. Pokazać, że jeśli klasa \mathcal{A} struktur nad sygnaturą Σ jest aksjomatyzowalna pewnym zbiorem zdań logiki pierwszego rzędu oraz jej dopełnienie też jest aksjomatyzowalne, to każda z tych klas jest aksjomatyzowalna jednym zdaniem pierwszego rzędu.

Wskazówka: Założyć, że pierwsza struktura jest aksjomatyzowalna przez Δ , druga przez Δ' i żaden skończony podzbiór Δ nie jest aksjomatyzacją \mathcal{A} . Wtedy $\Delta \cup \Delta'$ spełnia założenia tw. o zwartości.

2. Pokazać, że klasa wszystkich relacji równoważności, które mają skończenie wiele klas abstrakcji nie jest aksjomatyzowalna.
3. Niech Σ będzie skończoną sygnaturą. Udowodnić, że dla każdego zbioru zdań Δ nad Σ następujące warunki są równoważne
 - Δ ma wyłącznie skończone modele,
 - Δ ma z dokładnością do izomorfizmu skończenie wiele modeli.
4. Udowodnić, że klasa struktur izomorficznych ze strukturą postaci $\langle P(A), \cup, \cap, \subseteq \rangle$ nie jest aksjomatyzowalna żadnym zbiorem zdań pierwszego rzędu.