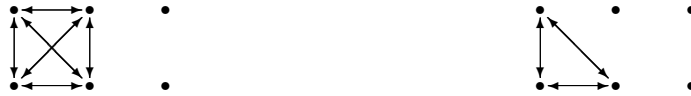


Logika dla informatyków – ćwiczenia 5

7.11.2011 r.

1. Dane są dwie sześciopunktowe struktury relacyjne nad sygnaturą złożoną z jednego dwuargumentowego symbolu relacyjnego.



Ustalić, jaką minimalną rangę kwantyfikatorową ma zdanie φ takie, że $\mathcal{A} \models \varphi$ i $\mathcal{B} \not\models \varphi$.

2. Dane są dwie struktury relacyjne $\mathcal{A} = \langle U, R^{\mathcal{A}} \rangle$ i $\mathcal{B} = \langle U, R^{\mathcal{B}} \rangle$, gdzie $U = \{1, \dots, 15\}$ oraz

$$R^{\mathcal{A}}(x, y) \text{ wtw. } x \mid y$$

$$R^{\mathcal{B}}(x, y) \text{ wtw. } x \equiv y \pmod{2}.$$

Ustalić, jaką minimalną rangę kwantyfikatorową ma zdanie φ takie, że $\mathcal{A} \models \varphi$ i $\mathcal{B} \not\models \varphi$.

3. Niech R będzie jednoargumentowym symbolem relacyjnym. Udowodnić, że klasa wszystkich struktur $\mathcal{A} = \langle A, R \rangle$ takich, że

$$|R| = |A - R|$$

nie jest aksjomatyzowalna żadnym zbiorem zdań pierwszego rzędu.

4. Udowodnić, że klasa wszystkich (skończonych lub nie) grafów $\mathcal{A} = \langle A, E \rangle$, w których istnieją dwa różne wierzchołki o równych sobie skończonych stopniach nie jest aksjomatyzowalna żadnym zdaniem pierwszego rzędu.