

Podstawy matematyki - ćwiczenia 1

4.10.2010 r.

Ćwiczenia

1. Zaznacz na rysunku zbiory.

- (a) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 > 1 \rightarrow y + x > 0\}$,
- (b) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + y^2 > 1) \rightarrow [(x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (\neg(x \cdot y = 0) \rightarrow |y| = |x|)]\}$,
- (c) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid ((x^2 + y^2 = 4) \rightarrow (y > -1 \wedge y \neq 1)) \rightarrow (x^2 + y^2 = 9)\}$,
- (d) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid \forall z(z + y < 0) \rightarrow y + x < 0\}$,
- (e) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 > 1 \rightarrow \exists z(x^2 + (y - 2)^2 \leq \frac{1}{4})\}$.

2. Zaznacz na rysunku zbiory.

- (a) $\{z \in \mathbb{R} \mid \forall x \exists x(x = 1)\}$,
- (b) $\{z \in \mathbb{R} \mid \exists x \forall x(x = 1)\}$,
- (c) $\{x \in \mathbb{R} \mid \forall x \exists x(x = 1)\}$.

3. W języku arytmetyki liczb naturalnych $(\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1, =)$ zapisać za pomocą symboli logicznych i kwantyfikatorów następujące stwierdzenia:

- (a) Liczba a jest mniejsza lub równa liczbie b .
- (b) Liczba a jest resztą z dzielenia liczby b przez c .
- (c) Liczba a jest pierwsza.
- (d) Liczba a jest największym wspólnym dzielnikiem liczb b i c chyba, że jest pierwsza.

4. Sformułować poprawnie zaprzeczenia twierdzeń:

- (a) Liczby m i n są pierwsze.
- (b) Liczby m i n są względnie pierwsze.

Praca domowa

1. Zaznacz na rysunku zbiory.

$$\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid \forall z(y^2 + (x - z)^2 \neq 1) \rightarrow \exists z((x - z)^2 + (y - z)^2 = 1)\}.$$

2. W języku arytmetyki liczb naturalnych $(\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1, =)$ zapisać za pomocą symboli logicznych i kwantyfikatorów następujące stwierdzenia:

- (a) Liczby x i y mają te same dzielniki pierwsze.
- (b) Żadna liczba parzysta nie jest mniejsza od każdej liczby pierwszej.