

Logika dla informatyków – ćwiczenia 12

3.01.2011 r.

1. Podać przykład formuły, która jest prawdziwa we wszystkich skończonych modelach, ale nie jest tautologią.
2. Udowodnić, że dopełnienie zbioru tautologii struktur skończonych jest rekurencyjnie przeliczalne.
3. Dany jest schemat bazy danych:

```
Film(tytuł, reżyser, aktor)
Kino(nazwa, adres, telefon)
WIK(kino, film, godzina)
```

Napisać następujące zapytania w algebrze relacji i w logice pierwszego rzędu.

- (a) Kto reżyserował film „Kevin sam w domu”?
 - (b) Które kina grają film „Och, Karol 2”?
 - (c) Gdzie grają film Polańskiego?
 - (d) Wypisać wszystkie pary (x, y) takie, że x reżyserował film y .
4. Niech R, S będą odpowiednio $n+m$ - i m -argumentowymi symbolami relacyjnymi z sygnatury. Określamy nową operację \div w algebrze relacyjnej

$$[R \div S] = \{ \langle a_1, \dots, a_m \rangle \mid \forall \langle b_1, \dots, b_m \rangle \in [S] \langle a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m \rangle \in [R] \}.$$

- (a) Pokazać, że operator \div jest wyrażalny za pomocą operatorów algebry relacji.
 - (b) Podać wyrażenie algebry relacji, które jest równe $R \div S$.
5. Udowodnić, że operację \cap można zdefiniować za pomocą σ , π i \times .
 6. Podać przykład zdania logiki pierwszego rzędu, które nie jest tautologią, ale jest prawdziwe we wszystkich strukturach \mathcal{A} takich, że $A = ad(\mathcal{A})$.