

Logika dla informatyków – ćwiczenia 8

29.11.2010 r.

1. Znaleźć formułę $\varphi(x, y, z)$ stwierdzającą w standardowym modelu arytmetyki, że z jest największym wspólnym dzielnikiem x i y .
2. Znaleźć formułę $\varphi(x, y)$ stwierdzającą w standardowym modelu arytmetyki, że y jest największą potęgą liczby pierwszej, która dzieli x .
3. Pokazać, że zbiór aksjomatów relacji równoważności jest niezależny:

$$\{\forall x\forall yE(x, y) \rightarrow E(y, x), \forall xE(x, x), \forall x\forall y\forall zE(x, y) \wedge E(y, z) \rightarrow E(x, z)\}.$$

4. Niech $Spec(\varphi)$ oznacza zbiór wszystkich naturalnych n takich, że φ ma model mocy n .
 - (a) Podać przykład zdania φ (sygnatura do wyboru) takiego, że $Spec(\varphi) = Spec(\neg\varphi)$.
 - (b) Podać przykład zdania φ (sygnatura do wyboru) takiego, że $Spec(\varphi) = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$.
5. Udowodnić, że jeśli Δ, Δ' są spełnialnymi zbiorami zdań nad pewną sygnaturą Σ , zaś $\Delta \cup \Delta'$ nie jest spełnialna, to istnieje zdanie φ takie, że $\Delta \models \varphi$ oraz $\Delta' \models \neg\varphi$.
6. Pokazać, że klasa wszystkich relacji równoważności, które mają wyłącznie klasy abstrakcji parzystej mocy, nie jest aksjomatyzowalna żadnym zdaniem.