

Podstawy matematyki – ćwiczenia 12

13.01.2010 r.

Ćwiczenia

1. W zbiorze $\{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 24\}$ uporządkowanym częściowo przez relację podzielności wskazać wszystkie elementy minimalne, maksymalne, największe i najmniejsze. Czy istnieją w tym zbiorze trzyelementowe łańcuchy lub antyłańcuchy?
2. Wskazać elementy maksymalne, minimalne, największe, najmniejsze w zbiorze

$$\{\{1, 2, 3, 4, 6\}, \{3\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{2, 3, 5\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2\}\}$$

uporządkowanym przez inkluzję.

3. Podać przykład zbioru częściowo uporządkowanego z dwoma elementami maksymalnymi, jednym minimalnym i bez elementu najmniejszego.
4. Podać przykład zbioru częściowo uporządkowanego z dwoma elementami maksymalnymi, jednym minimalnym, bez elementu najmniejszego i z takim czteroelementowym antyłańcuchem, który jest ograniczony z góry, ale nie ma kresu górnego.
5. Czy zbiór $\{01^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ma kres górny (dolny) w zbiorze $\{0, 1\}^*$ uporządkowanym leksykograficznie?
6. Czy zbiór $\{0^n 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$ ma kres górny (dolny) w zbiorze $\{0, 1\}^*$ uporządkowanym leksykograficznie?
7. Czy zbiór $\langle \mathbb{N}^*, \leq_{lex} \rangle$ jest dobrze ufundowany? A zbiór $\langle \mathbb{N}^2, \leq_{lex} \rangle$?

Praca domowa

1. Jeśli \leq jest częściowym porządkiem w zbiorze A to relację $<$ nazywamy ostrym uporządkowaniem wyznaczonym przez \leq . Pokazać, że ostre uporządkowania wyznaczone przez porządki częściowe to dokładnie te relacje, które są przechodnie i przeciwzwrotne.
2. Czy zbiór tych słów na alfabetem $\{0, 1\}$, które mają tyle samo zer co jedynek, ma kres górny (dolny) w porządku leksykograficznym?