

Podstawy matematyki – ćwiczenia 5

4.11.2009 r.

Ćwiczenia

1. Zbadać, czy dla dowolnych A, B, C zachodzi

(a) $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$;

(b) $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$?

2. Która z implikacji jest prawdziwa dla dowolnych zbiorów A, B ?

$$A \subseteq B \leftrightarrow P(A) \subseteq P(B)$$

3. Czy jeśli $A \subseteq B$, to $\bigcup A \subseteq \bigcup B$?

4. Czy jeśli $\bigcup A \subseteq \bigcup B$, to $A \subseteq B$?

5. Pokaż, że dla dowolnych rodzin zbiorów \mathcal{A}, \mathcal{B} zachodzi $\bigcup(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = \bigcup \mathcal{A} \cup \bigcup \mathcal{B}$.

6. Czy dla dowolnych rodzin zbiorów \mathcal{A}, \mathcal{B} zachodzi $\bigcap \mathcal{A} \cap \bigcap \mathcal{B} = \bigcap(\mathcal{A} \cup \mathcal{B})$.

7. Pokaż, że $\bigcup P(A) = A$ dla dowolnego A .

8. Kiedy $A \times B = B \times A$?

9. Czy prawdziwy jest wzór $(R \cup S)^{-1} = R^{-1} \cup S^{-1}$?

10. Czy dla każdego A i dla każdej relacji $R \subseteq A \times A$ zachodzi

(a) $R^{-1}; R \subseteq I_A$;

(b) $I_A \subseteq R^{-1}; R$?

Praca domowa

1. Niech $A \subseteq P(\mathbb{R})$ będzie rodziną zbiorów spełniającą warunek

$$\forall B \in A \forall C \subseteq \mathbb{R} (C \subseteq B \rightarrow C \in A).$$

Pokazać, że $\bigcup A = \{z \in \mathbb{R} \mid \{z\} \in A\}$.

2. Która z następujących równości

(a) $\bigcap A \cap \bigcap B = \bigcap(A \cap B)$;

(b) $\bigcap A \cup \bigcap B = \bigcap(A \cup B)$;

(c) $\bigcup A \cap \bigcup B = \bigcup(A \cap B)$?

zachodzi dla dowolnych niepustych rodzin zbiorów A, B takich, że $A \cap B \neq \emptyset$?