Podstawy matematyki – ćwiczenia 13
15.01.2010 r.

Ćwiczenia

1. Załóżmy, że $B \subseteq A \times A$. Udowodnić, że istnieje maksymalny (ze względu na inkluzję) zbiór $C \subseteq A$ taki, że $C \times C \subseteq B$.

2. Niech $B \subseteq \mathbb{R}_+$. Udowodnić, że istnieje zbiór $C \subseteq \mathbb{R}$ taki, że $\forall x, y \in C(x \neq y \rightarrow |x - y| \in B)$ oraz $\forall x(x \notin C \rightarrow \exists y \in C|x - y| \notin B)$.

3. Udowodnić, że każdy częściowy porządek można rozszerzyć do porządku liniowego.

Praca domowa

1. Dowolny podzbiór zbioru $\mathbb{Z}$ nazwiemy zeznaniem. Zbiór zeznań R jest sprzeczny wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje $i \in \mathbb{Z}$ takie, że $i, -i \in \bigcup R$. Udowodnić, że jeśli R jest dowolną rodziną zeznań, to istnieje maksymalna niesprzeczna rodzina zeznań $R' \subseteq R$.

2. Niech $D \subseteq A \times A$. Udowodnić, że istnieje zbiór $X \subseteq A$ taki, że $Z \times Z \cap D = \emptyset$ oraz jeśli $Z \subsetneq V \subseteq A$, to $(V \times V) \cap D \neq \emptyset$.