Podstawy matematyki – ćwiczenia 12
8.01.2010 r.

Ćwiczenia

1. Znaleźć moc zbioru Cantora.
2. Relacja równoważności R w zbiorze $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ określona jest następująco:
$$R = \{\langle f, g\rangle \mid \forall n f(2n) = g(2n)\}.$$
Znaleźć moc zbioru wszystkich klas abstrakcji relacji R oraz moc każdej klasy abstrakcji.
3. W zbiorze $\{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 24\}$ uporządkowanym częściowo przez relację podzielności wskazać wszystkie elementy minimalne, maksymalne, największe i najmniejsze. Czy istnieją w tym zbiorze trzyelementowe łańcuchy lub antyłańcuchy?
4. Wskazać elementy maksymalne, minimalne, największe, najmniejsze w zbiorze
$$\{\{1, 2, 3, 4, 6\}, \{3\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{2, 3, 5\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2\}\}$$
uporządkowanym przez inkluzję.
5. Podać przykład zbioru częściowo uporządkowanego z dwoma elementami maksymalnymi, jednym minimalnym i bez elementu najmniejszego.
6. Podać przykład zbioru częściowo uporządkowanego z dwoma elementami maksymalnymi, jednym minimalnym, bez elementu najmniejszego i z takim czteroelementowym antyłańcuchem, który jest ograniczony z góry, ale nie ma kresu górnego.
7. Czy zbiór $\{01^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ma kres górny (dolny) w zbiorze $\{0, 1\}^*$ uporządkowanym leksykograficznie?
8. Czy zbiór $\{0^n1 \mid n \in \mathbb{N}\}$ ma kres górny (dolny) w zbiorze $\{0, 1\}^*$ uporządkowanym leksykograficznie?
9. Ile jest relacji równoważności w $\mathbb{N}$, które są jednocześnie częściowymi porządkami?

Praca domowa

1. Jeśli $\leqslant$ jest częściowym porządkiem w zbiorze A to relację $<$ nazywamy ostrym uporządkowaniem wyznaczonym przez $\leqslant$. Pokazać, że ostre uporządkowania wyznaczone przez porządki częściowe to dokładnie te relacje, które są przechodnie i przeciwzwrotne.
2. Czy zbiór tych słów na alfabetem $\{0, 1\}$, które mają tyle samo zer co jedynek, ma kres górny (dolny) w porządku leksykograficznym?