

## Podstawy matematyki – ćwiczenia 10

11.12.2009 r.

### Ćwiczenia

1. Pokazać, że  $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \sim \mathbb{N}$ .
2. Pokazać, że  $\mathbb{Q} \sim \mathbb{N}$ .
3. Pokazać, że jeśli  $A \sim B$ , to  $P(A) \sim P(B)$ .
4. Pokazać, że  $\mathbb{R} \not\sim \mathbb{N}$ .
5. Znaleźć moc zbioru odcinków o końcach wymiernych.
6. Znaleźć moc zbioru  $P_{fin}(\mathbb{N})$  skończonych podzbiorów  $\mathbb{N}$ .
7. Udowodnić, że jeśli  $A$  jest dowolnym zbiorem parami rozłącznych otwartych przedziałów na prostej, to  $\overline{A} \leq \aleph_0$ .
8. Udowodnić, że zbiór punktów nieciągłości funkcji rosnącej z  $\mathbb{R}$  do  $\mathbb{R}$  jest co najwyżej przeliczalny.

### Praca domowa

1. Znaleźć moc zbioru ciągów liczb wymiernych stałych od pewnego miejsca.
2. Niech relacja równoważności  $r \subseteq \mathbb{R}^2$  będzie taka, że

$$\forall x \in \mathbb{R} \exists \epsilon > 0 ((x - \epsilon, x + \epsilon) \subseteq [x]_r).$$

Co można powiedzieć o mocy zbioru  $\mathbb{R}/_r$ ?