

Podstawy matematyki – ćwiczenia 6

13.11.2009 r.

Ćwiczenia

1. Czy dla każdego A i dla każdego R zachodzi $I_A \subseteq R^{-1}; R$?
2. Podać przykład 5-elementowej relacji na zbiorze liczb naturalnych i takiej, że jest ona
 - (a) symetryczna;
 - (b) zwrotna;
 - (c) przechodnia.
3. Czy relacja $\{\langle 0, 3 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 4, 5 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$ w zbiorze $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ jest przechodnia?
4. Czy jest możliwe, żeby
 - (a) $R^{-1} \subsetneq R$;
 - (b) $R^{-1} = A^2 - R$?
5. Udowodnić, że relacja R jest przechodnia wtedy i tylko wtedy, gdy $R; R \subseteq R$.
6. Ile jest funkcji, funkcji częściowych, funkcji różnowartościowych, funkcji na
 - (a) $\emptyset \rightarrow \emptyset$;
 - (b) $\{\cdot\} \rightarrow \emptyset$;
 - (c) $\emptyset \rightarrow \{\cdot\}$;
 - (d) $\{\cdot\} \rightarrow \{\cdot\}$;
 - (e) $\{\cdot, \square\} \rightarrow \{\cdot\}$;
 - (f) $\{\cdot\} \rightarrow \{\cdot, \square\}$?
7. Udowodnić, że jeśli $f : A \xrightarrow{1-1} B$ i $f : B \xrightarrow{1-1} C$, to funkcja $g \circ f : A \rightarrow C$ jest różnowartościowa.
8. Niech $f : A \rightarrow B$. Pokazać, że f jest różnowartościowa wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego C i dla każdego $g, h : C \rightarrow A$ zachodzi

$$f \circ g = f \circ h \rightarrow g = h.$$

Praca domowa

1. Niech \mathcal{R} będzie niepustą rodziną relacji przechodnich w zbiorze A taką, że dla dowolnych $r, s \in \mathcal{R}$ zachodzi $r \subseteq s$ lub $s \subseteq r$. Udowodnić, że $\bigcup \mathcal{R}$ jest relacją przechodnią.
2. Niech $f : A \rightarrow B$. Pokazać, że f jest na B wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego C i dla każdego $g, h : B \rightarrow C$ zachodzi

$$g \circ f = h \circ f \rightarrow g = h.$$