

## Podstawy matematyki - ćwiczenia 2

16.10.2009 r.

### Ćwiczenia

- Sformułować poprawnie zaprzeczenia twierdzeń:
  - Liczby  $m$  i  $n$  są pierwsze.
  - Liczby  $m$  i  $n$  są względnie pierwsze.
- Dlaczego zapisanie poniższych zdań w formie zdań logiki predykatów sprawia pewne kłopoty?
  - Jeżeli istnieje rozumny filozof, to jest on kobietą.
  - Warunek  $W(x, y)$  zachodzi dla każdego  $x$  i dla pewnego  $y$ .
- Jak rozumiesz następujące zdania? Jak je sformułować, aby nie budziły wątpliwości?
  - Nie wolno pić i grać w karty.
  - Przepis dotyczy osób, które są obywatelami polskimi i stale zamieszkujących w Polsce.
  - Jeżeli pozwany nie stawi się lub nie przyśle przedstawiciela, to wyrok będzie wydany zaocznie.
- Stosując poniższe schematy pokazać, że następujące formuły są tautologiami.
  - $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \vee q$
  - $\neg \forall x A(x) \leftrightarrow \exists x \neg A(x)$
  - $\neg \exists x A(x) \leftrightarrow \forall x \neg A(x)$
  - $\forall x (A(x) \wedge B(x)) \leftrightarrow \forall x A(x) \wedge \forall x B(x)$
  - $\exists x (A(x) \vee B(x)) \leftrightarrow \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$
  - $\forall x (A \vee B(x)) \leftrightarrow A \vee \forall x B(x), x \notin FV(A)$
  - $\exists x (A \wedge B(x)) \leftrightarrow A \wedge \exists x B(x), x \notin FV(A)$
  - $A \leftrightarrow \forall x A, x \notin FV(A)$
  - $A \leftrightarrow \exists x A, x \notin FV(A)$
  - $(\exists y p(y) \rightarrow \forall z q(z)) \rightarrow \forall y \forall z (p(y) \rightarrow q(z))$
  - $(\forall x \exists y ((p(x) \rightarrow q(y)) \rightarrow r(y))) \rightarrow (\forall x p(x) \rightarrow \forall y q(y)) \rightarrow \exists y r(y)$
- Czy następujące formuły są tautologiami rachunku predykatów?
  - $\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \exists x \forall y P(x, y)$
  - $\forall x (R(x) \rightarrow \exists y S(y)) \rightarrow \forall x \exists y (R(x) \rightarrow S(y))$

### Praca domowa

- Czy następujące formuły są tautologiami rachunku predykatów?
  - $\exists x (P(x) \rightarrow \forall y Q(y)) \rightarrow \exists x \forall y (P(x) \rightarrow Q(y))$
  - $\exists x (\forall y Q(y) \rightarrow P(x)) \rightarrow \exists x \forall y (Q(y) \rightarrow P(x))$
  - $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow R(x, y)) \rightarrow \forall x (P(x) \rightarrow \exists y R(x, y))$