

Egzamin z ASD, 15.06.2003

Przy każdym zdaniu z zadań 1–8 odpowiadamy TAK, gdy jest ono prawdziwe lub NIE gdy nie jest prawdziwe.

Przykład: Niech a i b będą liczbami parzystymi.

- a) $a + b$ jest liczbą parzystą

TAK

- b) $\frac{a}{2}$ jest liczbą parzystą

NIE

- c) $a + 1$ jest liczbą nieparzystą

TAK

Odpowiedzi należy wpisywać długopisem. Nie można dokonywać skreśleń. Żadna odpowiedź nie może być pusta (można wpisywać „NIE WIEM”). Za każde zadanie otrzymuje się 1 punkt, gdy wszystkie odpowiedzi są poprawne, 0 punktów gdy co najmniej jedna jest niepoprawna. Powodzenia!

1. Niech X i Y będą (poprawnymi) algorytmami rozwiązującymi ten sam problem; X ma pesymistyczną złożoność czasową $\Theta(n)$, Y ma pesymistyczną złożoność czasową $\Theta(n^2)$. Uruchamiamy X i Y na tym samym komputerze.

- a) dla dowolnych danych X zakończy działanie szybciej niż Y

--
- b) istnieją dane takie że X zakończy działanie szybciej niż Y

--
- c) nie istnieją takie dwa algorytmy

--

2. Rozważmy następujące funkcje:

```
function A (n : Integer) : Integer;  
begin  
  if (n=1) or (n=2) then  
    Result := 1  
  else  
    Result := 2 * A (n-1) + A(n-2) * A(n-2);  
end;
```

```
function B (n : Integer) : Integer;  
var  
  i : Integer;  
  T : array [1..MAX_N] of Integer;  
begin  
  T [1] := 1; T [2] := 1;  
  for i := 3 to n do  
    T [i] := 2 * T [n-1] + T[n-2] * T[n-2];  
  Result := T [n];  
end;
```

Zakładamy, że zmienne typu Integer mogą przechowywać dowolnie duże liczby.

- a) Dla dowolnego $n \leq MAX_N$ funkcje $A(n)$ oraz $B(n)$ zwracają tę samą wartość

--
- b) Algorytm obliczania $A(n)$ ma złożoność $O(n)$

--
- c) Algorytm obliczania $B(n)$ ma złożoność $O(n)$

--

3. Niech T będzie drzewem wyszukiwań binarnych (BST) zawierającym n różnych kluczy.

- a) Najdłuższa ścieżka w T ma długość $\Theta(\log n)$

--
- b) Wypisując klucze z wierzchołków drzewa T odwiedzanych w kolejności inorder otrzymamy posortowany ciąg kluczy

--

- c) Dla dowolnej wierzchołka v w T klucz lewego syna v jest mniejszy niż klucz prawego syna v ☐
4. Rozważmy kopiec binarny o n elementach.
- a) Najkrótsza ścieżka od korzenia do liścia ma długość $\Theta(\log n)$ ☐
- b) Najdłuższa ścieżka od korzenia do liścia ma długość $\Theta(\log n)$ ☐
- c) Następną operacją wstawienia elementu zajmie czas $\Theta(\log n)$ ☐
5. Sortujemy tablicę liter $T : \text{array } [1..n] \text{ of 'a'..'z'}$.
- a) Żeby posortować T potrzeba czasu $\Omega(n \log n)$ ☐
- b) Niezależnie od wartości w T algorytm InsertionSort sortuje T w czasie $\Theta(n^2)$ ☐
- c) Niezależnie od wartości w T algorytm MergeSort sortuje T w czasie $\Theta(n \log n)$ ☐
6. Niech T będzie drzewem najkrótszych ścieżek dla grafu spójnego G obliczonym przez algorytm przeszukiwania wszerz (BFS).
- a) T zawiera najkrótsze ścieżki łączące dowolną parę wierzchołków w G ☐
- b) T jest minimalnym drzewem rozpinającym grafu G ☐
- c) T jest drzewem rozpinającym grafu G ☐
7. Niech S będzie dowolnym zbiorem n punktów na płaszczyźnie.
- a) Można sprawdzić w pesymistycznym czasie $O(n)$, czy wypukła otoczka S jest trójkątem. ☐
- b) Można obliczyć wypukłą otoczkę S w czasie $O(n)$ ☐
- c) Można obliczyć wypukłą otoczkę S w czasie $O(n \log n)$ ☐
8. Przez HAM_CYCLE oznaczamy problem cyklu Hamiltona natomiast przez TSP problem komiwojażera.
- a) HAM_CYCLE sprowadza się w czasie wielomianowym do TSP ☐
- b) TSP sprowadza się w czasie wielomianowym do HAM_CYCLE ☐
- c) problem SAT jest NP-zupełny ☐
9. Do początkowo pustej struktury danych S wstawiono kolejno liczby 2, 7, 1, 3, 4, 9.
- a) Jeśli S jest kolejką FIFO to co zwróci operacja **Usuń** ? ☐
- b) Jeśli S jest stosem to co zwróci operacja **Usuń (pop)** ? ☐
10. Niech p będzie słowem $p = aabcaacaab$, natomiast Π tablicą wykorzystywaną w algorytmie KMP.
- a) Ile wynosi $\Pi(1)$? ☐
- b) Ile wynosi $\Pi(10)$? ☐
- c) Ile wynosi $\Pi(3)$? ☐
11. Niech a i b będą liczbami n -cyfrowymi.
- a) Jaką złożoność ma „szkolny” algorytm dodawania liczb a i b ? ☐
- b) Jaką złożoność ma „szkolny” algorytm odejmowania liczb a i b ? ☐
- c) Jaką złożoność ma „szkolny” algorytm mnożenia liczb a i b ? ☐
12. Oblicz NWD(98765432, 98765430). ☐