

1. Czy początek układu współrzędnych i punkt  $A(2, -4, -3)$  le/a po tej samej stronie płaszczyzny

(a)  $H_1 : x - 3y - 5z - 19 = 0,$

(b)  $H_2 : 7x - y + 4z + 3 = 0.$

2. Napisać równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt  $(3, -2, 5)$  i prostopadłej do płaszczyzny  $x - y + z - 2 = 0.$

3. Na osi  $0y$  znaleźć punkt równoodległy od płaszczyzny  $3x + 6y - 2z - 9 = 0$  i od punktu  $(1, 0, -2).$

4. Znaleźć równanie płaszczyzny symetralnej odcinka  $AB,$  gdzie  $A = (2, 7, 3), B = (-1, 1, 0).$

5. Sane są wierzchołki czworościanu  $A = (0, 0, 2), B = (3, 0, 5), C = (1, 1, 0), D = (4, 1, 2).$  Obliczyć długość wysokości opuszczonej z wierzchołka  $D.$

6. Znaleźć kąt między płaszczyznami  $x - 2y + 3z = 3$  oraz  $2x + y + 2z = 2.$

7. Znaleźć rzut prostopadły punktu  $(1, 2, -1)$  na płaszczyznę  $x + 2y - 2z = 1.$

8. Znaleźć odległość prostych  $l_1 : x = 1 + t, y = 2 - 2t, z = -1 + t$  oraz  $l_2 : x = 2 - 3t, y = 1 - t, z = 4 + 2t.$

9. Znaleźć układ (dwóch) równań opisujących prostą przechodzącą przez punkt  $(1, 2, 1)$  i przecinającą proste  $l_1 : x = 1 + t, y = -3 - 2t, z = 1 + 2t,$   $l_2 : x = 2 + 2t, y = 2 + 2t, z = 3t.$

10. Obliczyć pole trójkąta o wierzchołkach  $(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 2, 4).$

11. Wykazać, że jeśli  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$  to  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}.$

12. Udowodnić wzór  $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{b} \cdot (\vec{a} \circ \vec{c}) - \vec{a} \cdot (\vec{b} \circ \vec{c}).$

Wsk. Niech  $\vec{i} = [1, 0, 0], \vec{j} = [0, 1, 0], \vec{k} = [0, 0, 1].$  Są to tzw. wersory podstawowe. Wtedy  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$  jeśli  $\vec{a} = [a_1, a_2, a_3].$  Podobnie dla  $\vec{b}, \vec{c}.$  Podstawić do wzoru, skorzystać z własności algebraicznych iloczynu wektorowego oraz skalarnego. Zobaczyć, że wystarczy pokazać ten wzór dla  $(\vec{i} \times \vec{j}) \times \vec{k}$  a to przelicza się natychmiast.