

1. Znaleźć extrema lokalne

(a) $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^4}$.

(b) $f(x) = x - \sqrt{x}$.

(c) $f(x) = x \ln x$.

(d) $f(x) = |x^2 - 5x - 6|$. Uwaga: ekstremum może występować w punkcie, w którym funkcja nie jest różniczkowalna.

(e) $f(x) = \frac{1}{x^2-x}$.

(f) $f(x) = 2 \sin x + \cos 2x$.

(g) $f(x) = (x - 5)e^x$.

(h) $f(x) = \frac{(x+3)^3}{(x+1)^2}$.

(i) $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$.

(j) $f(x) = e^x \sin x$.

(k) $f(x) = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x - \ln(1 + x^2)$.

(l) $f(x) = \sqrt{3x - x^3}$.

2. Określić przedziały wypukłości oraz punkty przegięcia.

(a) $f(x) = x e^{-x}$.

(b) $f(x) = \ln(1 + x^2)$.

(c) $f(x) = x - \frac{2}{3}x^3 - 4 \ln |x|$.

(d) $f(x) = \sin x + \frac{1}{8} \sin 2x$.

(e) $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$.

(f) $f(x) = \cos x$.

(g) $f(x) = \operatorname{tg} x$.

(h) $f(x) = e^{\operatorname{arc} \operatorname{tg} x}$.

(i) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+12}$.

(j) $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

1. (a) maksima w -1 i w 1 .
- (b) minimum w $\frac{1}{4}$.
- (c) minimum w $\frac{1}{e}$.
- (d) minima w -1 i w 6 , maksimum w $\frac{5}{2}$.
- (e) maksimum w $\frac{1}{2}$.
- (f) minima w $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ i w $\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$, maksima w $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ oraz w $\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$.
- (g) minimum w 4 .
- (h) minimum 3 .
- (i) minimum w $\frac{1}{2}$.
- (j) minima w $-\frac{\pi}{4} + 2k\pi$, maksima w $3\frac{\pi}{4} + 2k\pi$.
- (k) maksimum w 1 .
- (l) maksimum w 1 .

2.

- (a) wypukła na $(2, \infty)$, wklęsła na $(-\infty, 2)$, punkt przegięcia $(2, 2e^{-2})$.
- (b) wypukła na $(-1, 1)$, p.p. to $(-1, \ln 2)$, $(1, \ln 2)$.
- (c) wypukła na $(-\infty, 0)$, $(0, 1)$, p.p. dla $x = 1$.
- (d) wypukła na $(\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi)$, p.p. $(k\pi, 0)$.
- (e) wypukła na $(-1, 1)$, nie ma p.p.
- (f) wypukła na $(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi)$, p.p. $(\frac{\pi}{2}, 0)$.
- (h) wypukła na $(-\infty, \frac{1}{2})$, p.p. dla $x = 1$.
- (i) wypukła na $(-\infty, -6)$, $(0, 6)$, p.p. $(-6, -\frac{9}{2})$, $(0, 0)$, $(6, \frac{9}{2})$.
- (j) wypukła na $(e^{\frac{8}{3}}, \infty)$, p.p. dla $x = e^{\frac{8}{3}}$.