

1. Obliczyć całki:

(a) $\int (3x^4 + \frac{2}{x} - 3 \sin x + 3e^x + \sqrt{x}) dx$; (b) $\int (2x + 1)^{15} dx$; (c) $\int 4xe^{x^2+1} dx$; (d) $\int x^2 \sin(2x^3 + 4) dx$.

(a) bezpośrednio, (b), (c), (d) przez podstawienie.

2. Obliczyć

(a) $\int_{-1}^3 (2x^2 - x + 2) dx$, (b) $\int_0^1 e^{2x-1} dx$, (c) $\int_1^3 \frac{2}{x^2} dx$; (d) $\int_0^\pi \sin 3x dx$.

3. Obliczyć pole figury ograniczonej z dołu osią OX, prostymi pionowymi $x = a$, $x = b$ i krzywą $y = f(x)$.

(a) $f(x) = x^2 - x + 1$, $a = 1$, $b = 2$; (b) $f(x) = x - \sin x + 2$, $a = 0$, $b = \pi$,
(c) $f(x) = \sqrt{x} + e^x$, $a = 1$, $b = 4$.

4. Obliczyć pole figury ograniczonej krzywymi

(a) $y = x^2$, $y = -x + 2$, (b) $y = \sqrt{x}$, $y = -x + 6$, $y = 0$, (c) $y = -x^2 + 3x + 1$, $y = x^2 - 2x - 2$,
(d) $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$.

Odpowiedzi

1. (a) $\frac{3}{5}x^5 - 2 \ln |x| + 3 \cos x + 3e^x + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$, (b) $\frac{1}{32}(2x + 1)^{16} + C$, (c) $2e^{x^2+1} + C$, (d) $-\frac{1}{6} \cos(2x^3 + 4) + C$.

2. (a) $(\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x)|_{-1}^3 = 24\frac{1}{6}$, (b) $\frac{1}{2}e^{2x-1}|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-1}$, (c) $\frac{-2}{x}|_1^3 = \frac{4}{3}$, (d) $-\frac{1}{3} \cos 3x|_0^\pi = 0$.

3. (a) $S = \int_1^2 (x^2 - x + 1) dx = \frac{11}{6}$, (b) $S = \int_0^\pi (x - \sin x + 2) dx = \frac{1}{2}\pi^2 + 2\pi - 2$, (c) $S = \int_1^4 (\sqrt{x} + e^x) dx = \frac{14}{3} + e^4 - e$.

4. (a) $S = \int_{-2}^1 (-x + 2 - x^2) dx = \frac{9}{2}$, (b) $S = \int_0^4 \sqrt{x} dx + \int_4^6 (-x + 6) dx = \frac{16}{3} + 2$, (c) $\int_{-\frac{1}{2}}^3 (-2x^2 + 5x + 3) dx = 14\frac{7}{24}$, (d) $S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \frac{1}{3}$.

Uwaga. Mogą być pomyłki w rachunkach. Proszę pisać jeśli coś się nie zgadza.