

1. Obliczyć pochodną funkcji:

(a) $f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 11x + 12$, (b) $f(x) = 2 \sin x + 3 \cos x$,

(c) $f(x) = -2\sqrt{x} + \frac{1}{x}$, (d) $f(x) = \sqrt[3]{x} + \ln x$,

(e) $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+2}}$, (f) $f(x) = \frac{e^x}{x^2+1}$, (g) $f(x) = \operatorname{tg} x$.

2. Obliczyć pochodne funkcji:

(a) $f(x) = x \ln x$, (b) $f(x) = 3x^2 \sin x$,

(c) $f(x) = 3 \sin x \cos x$, (d) $f(x) = \sqrt[4]{x} \sin x$,

(e) $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{3x+2}$, (f) $f(x) = \frac{\cos x}{x}$.

3. Obliczyć pochodne funkcji:

(a) $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$, (b) $f(x) = \frac{x^2-x+2}{\sqrt{x}}$,

(c) $\frac{x\sqrt[3]{x+2x-1}}{\sqrt[4]{x^3}}$, (d) $f(x) = e^x \sin x + \cos x$.

4. Obliczyć pochodne funkcji:

(a) $f(x) = (2x - 3)^4$, (b) $f(x) = \sqrt{x^3 + x}$,

(c) $f(x) = \sin(3x + 2)$, (d) $f(x) = e^{2x^2-1}$,

(e) $f(x) = \ln \cos x$, (f) $f(x) = \sin^3 x$,

(g) $f(x) = \sqrt{e^{x^2}}$, (h) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$,

(i) $f(x) = xe^{2x+1}$, (j) $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x+1}$.

5. Wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x)$ w punkcie (x_0, y_0) .

(a) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$, $(x_0, y_0) = (-1, 0)$, (b) $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $(x_0, y_0) = (1, 2)$.

6. Znaleźć wszystkie punkty na wykresie funkcji $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 4x + 10$, w których styczna do wykresu jest równoległa do prostej $y = -x + 10$.

7. Napisać równanie stycznej do wykresu funkcji $y = \ln x$ w punkcie przecięcia tego wykresu z osią $0x$.

8. Napisać równanie stycznej do okręgu $x^2 + y^2 = 5$ w punkcie $(1,2)$. Wsk. W otoczeniu punktu $(1,2)$ jest to wykres funkcji $y = \sqrt{5 - x^2}$.

Odpowiedzi na drugiej stronie.

Odpowiedzi.

1. (a) $f'(x) = 5x^4 - 12x^3 + 6x^2 - 11$, (b) $2 \cos x - 3 \sin x$, (c) $\frac{-1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$,

(d) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{x}$, (e) $\frac{\frac{1}{3}\sqrt[3]{x^2+2}}{(\sqrt[3]{x^2+2})^2}$, (f) $\frac{e^x(x^2-2x+1)}{(x^2+1)^2}$.

2. (a) $\ln x + 1$, (b) $6x \sin x + 3x^2 \cos x$, (c) $3(\cos^2 x - \sin^2 x) = 3 \cos 2x$, (d) $\frac{1}{4}\sqrt[4]{x^3} \sin x + \sqrt[4]{x} \cos x$,

(e) $\frac{\frac{3}{2}x\sqrt{x+3}\sqrt{x}}{(3x+2)^2}$, (f) $\frac{-x \sin x - \cos x}{x^2}$.

3. (a) $\frac{1-2\ln x}{x^3}$, (b) $\frac{3x^2-x-2}{2x\sqrt{x}}$, (c) $\frac{\frac{7}{12}x\sqrt[3]{x}+\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}}{x\sqrt[4]{x^3}}$, (d) $e^x \sin x + e^x \cos x - \sin x$.

4. (a) $8(2x-3)^3$, (b) $\frac{3x^2+1}{2\sqrt{x^3+x}}$, (c) $3 \cos(3x+2)$, (d) $4xe^{2x^2-1}$, (e) $-\operatorname{tg} x$,

(f) $3 \sin^2 x \cos x$, (g) $x\sqrt{e^{x^2}}$, (h) $-\frac{1}{(x-1)^2\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}$, (i) $e^{2x+1}(2x+1)$, (j) $\frac{(2x+2-x \ln x) \ln x}{x(x+1)^2}$.

5. (a) $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$, (b) $y = 2$.

6. To są punkty $(1, \frac{43}{6})$ oraz $(-\frac{3}{2}, \frac{119}{8})$.

7. $y = x - 1$.

8. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.